

Введение

§1. Электромагнитные волны. Оптический диапазон электромагнитных волн

Для объяснения ряда оптических явлений (интерференция, дифракция, поляризация) можно считать, что свет представляет собой электромагнитные волны, свойства которых описываются при помощи классической электромагнитной теории Максвелла. В рамках этой теории под светом подразумевается электромагнитное излучение, испускаемое при колебаниях заряженных частиц — электронов, входящих в состав атомов и молекул.

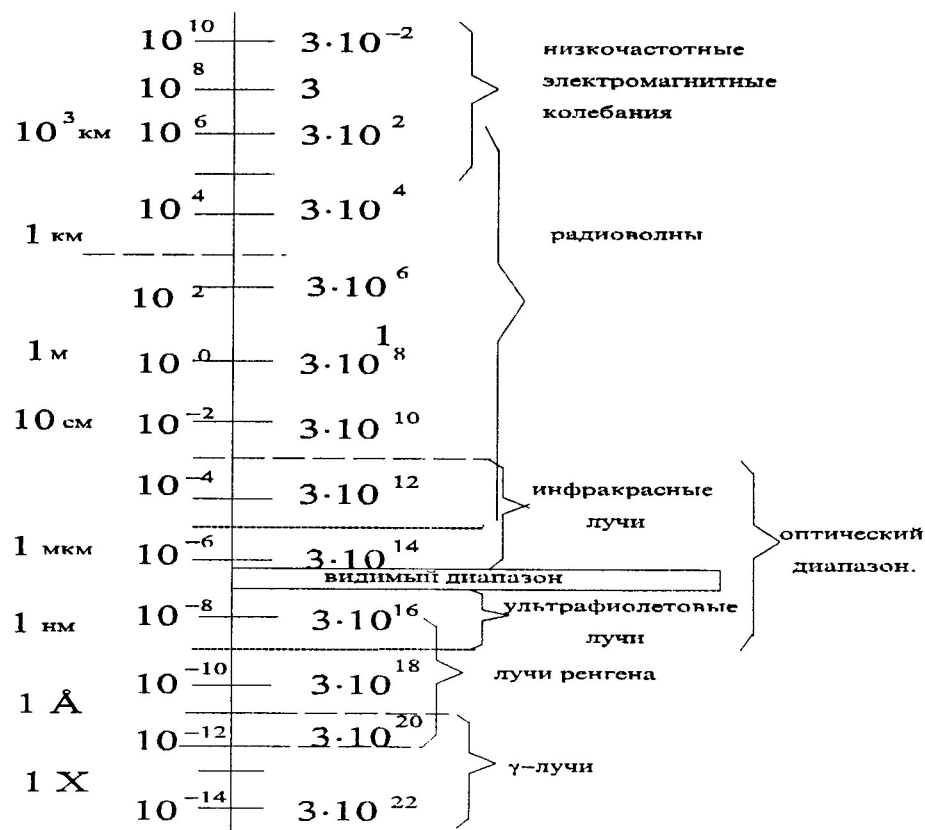


Рис. 1

Каждый атом (или молекула) испускает электромагнитную волну, весьма близкую к монохроматической. В такой волне колебания напряженностей электрического и магнитного полей происходят по гармоническому закону с некоторой частотой ν , величина которой определяется как природой самого атома, так и условиями его возбуждения, т. е. способом сообщения атому энергии, необходимой для возникновения колебаний электрона.

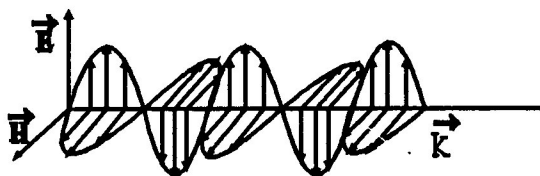


Рис. 2

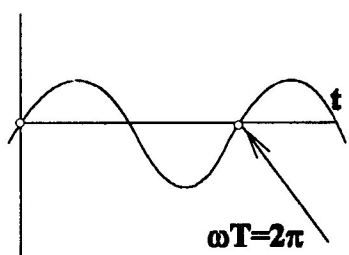
На рис. 1 показано положение *оптического* (светового) диапазона частот относительно диапазонов других видов электромагнитных волн. Оптический диапазон включает в себя *инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое* излучения. Общим для этих излучений является то, что все они регистрируются оптическими методами: при помощи тепловых датчиков, фотопластинок, фотоэлементов. Видимая часть излучения кроме того воспринимается органами зрения живых организмов. Пучками света можно управлять при помощи приборов, основанных на законах отражения и преломления: зеркал, линз, призм и т. д.

Электромагнитная волна, поперечна — *векторы* напряженностей E электрического поля и H магнитного поля в ней перпендикулярны направлению распространения волны, а также друг другу. В электромагнитной волне, излучаемой отдельным атомом в одном акте испускания, колебания векторов E и H происходят в фиксированных взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через направление распространения волны, т. е. волновому вектору \vec{k} , (рис. 2). Такая волна, называется *плоско(линейно) поляризованной*. Ее свойства в направлениях векторов E и H различны. Это различие проявляется в том, что электрическое поле волны действует на заряженные частицы, входящие и состав вещества, через которое проходит волна., иначе, чем магнитное поле. Действием магнитного поля на эти частицы можно пренебречь по сравнению с действием электрического поля. Поэтому в оптике, говоря про световые волны, принимают во внимание только напряженность электрического поля.

§2. Введение в теорию гармонических волн

Как известно, волна — колебание некоторой физической величины, которое распространяется во времени и в пространстве.

Выведем простое математическое выражение для *гармонической* волны, то есть волны, имеющей частоту ν и распространяющейся вдоль координаты x . Такая математическая модель хорошо описывает физический пакет гармонических волн со спектром шириной $\delta\nu \ll \nu$. Рассмотрим два упрощения.



Сначала фиксируем точку в пространстве и рассмотрим функцию $\sin \omega t$, рис. 3. Нас интересует период этого синусоидального колебания T . Очевидно,

$$\begin{aligned}\omega T &= 2\pi \\ T &= \frac{2\pi}{\omega}\end{aligned}\quad (1)$$

Рис. 3

Теперь становится ясным смысл параметра ω — величина обратная пропорциональная периоду колебаний и называемаяся *круговой частотой*.

В эксперименте же используют и измеряют частоту $\nu = \omega/2\pi$, которая имеет размерность [сек⁻¹]: число колебаний в секунду, измеряемое в герцах (Гц). Таким образом, величина ωt безразмерна; она может быть названа *временной частью фазы колебания*.

Теперь фиксируем точку во времени, то есть рассмотрим “замороженную” волну в пространстве. Как мы предположили, колебания происходят по одной координате x , то есть одномерны. Рассмотрим функцию $\sin kx$ и опять найдем период колебаний λ , который называется *длиной волны* (период в пространстве). Опять же

$$\begin{aligned}k\lambda &= 2\pi \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda}\end{aligned}\quad (2)$$

Параметр k имеет смысл пространственной частоты колебаний и называется *волновым числом*. Видно, что величина kx безразмерна; она может быть названа пространственной частью фазы колебания.

Далее “разморозим” волну, то есть рассмотрим движущееся в пространстве колебание. Встает вопрос: что должно бежать? Только в середине прошлого столетия физики смогли четко ответить на этот вопрос, хотя теория разрабатывалась с начала XIX века.

Сложим временную и пространственную части фазы колебаний и получим полную фазу колебаний бегущей волны φ :

$$\varphi = \omega t \pm kx \quad (3)$$

Очевидно, что аргумент φ в функции $\sin \varphi$ является единственной переменной, характеризующей такое синусоидальное колебание. Если $\varphi = \text{const}$, то значение колебательной функции сохраняется также постоянным. Для того, чтобы φ оставалась постоянной с течением времени t , x также должно меняться, как видно из (3). Таким образом, постоянная фаза должна бежать в пространстве. Исходя из таких рассуждений, найдем скорость распространения фазы, то есть движение некоторого постоянного значения фазы. Тогда должно выполняться равенство:

$$\varphi_0 = \omega t \pm kx = \text{const} \quad (4)$$

Для определенности возьмем знак “-”.

Пусть в момент времени t_1 в пространственной точке x_1 выполняется следующее равенство:

$$\omega t_1 - kx_1 = \varphi_0 \quad (5)$$

Пусть в момент времени $t_2 > t_1$ фаза φ_0 соответствует пространственной точке x_2

$$\omega t_2 - kx_2 = \varphi_0 \quad (6)$$

Вычтем из (6) равенство (5) и получим:

$$\omega(t_2 - t_1) - k(x_2 - x_1) = \varphi_0 - \varphi_0 = 0 \quad (7)$$

Обозначим $t_2 - t_1 = \delta t$, $x_2 - x_1 = \delta x$ и подставим в (7):

$$\frac{\delta x}{\delta t} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\lambda}{2\pi/\nu} = \nu\lambda \quad (8)$$

$\frac{\delta x}{\delta t}$ по определению есть скорость движения постоянной фазы v или *фазовая скорость*:

$$v = \nu\lambda \quad (9)$$

Поскольку $\nu\lambda > 0$, то $v > 0$; вспоминая, что $t_2 - t_1 = \delta t > 0$, получим, что $\delta x > 0$ также, то есть $x_2 - x_1 > 0$ и $x_2 > x_1$. Таким образом, фаза переместилась в сторону больших значений координаты x .

Аналогично, можно показать, что фаза

$$\omega t + kx$$

движется в сторону меньших значений координаты.

Остается вопрос: что же колеблется физически? Исходя из волновых представлений, колеблется поле, а точнее, в большинстве задач волновой оптики интерес представляет электрическое поле. Поэтому уравнение вида:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kx) \quad (10)$$

описывает гармоническое колебание напряженности электрического поля \vec{E} , распространяющегося в сторону положительных значений координаты x . Здесь, очевидно \vec{E}_0 , представляет собой параметр, дающий максимальное и минимальное значение этого поля; \vec{E}_0 называется *амплитудой* напряженности поля. Уравнение (10) описывает *плоскую* гармоническую (монохроматическую) волну, так как поверхность постоянной фазы в некоторый момент времени t_0 представляет собой плоскость, перпендикулярную оси x :

$$\varphi = \omega t_0 - kx = \varphi_0 - kx = c \implies kx = const$$

Последнее равенство является уравнением плоскости с нормалью вдоль оси \vec{x} . Поверхность постоянной фазы называется *фронтом* волны. Так, для плоской волны фронт — плоский, рис. 4. Ясно, что фронт движется с фазовой скоростью v . В общем случае, не одномерного движения волны, параметр k есть вектор \vec{k} , направление которого совпадает с нормалью к волновому фронту в данной точке пространства.

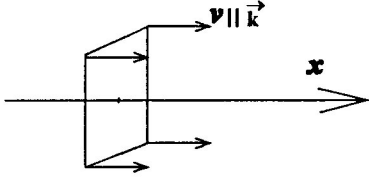


Рис. 4

В волновой оптике для расчетов часто используются разности фаз двух монохроматических волн $\delta\varphi$ или *разности хода* волн δx .

Поэтому выведем простое соотношение между $\delta\varphi$ и δx .

Для данного момента времени t_0 волны, пришедшие из точек x_1 и x_2 , имеют разность фаз:

$$\delta\varphi = (\omega t_0 - kx_1) - (\omega t_0 - kx_2) = k(x_2 - x_1) = k\delta x$$

откуда, используя (2):

$$\delta\varphi = 2\pi \frac{\delta x}{\lambda} \quad (11)$$

§3. Элементарная теория интерференции

Рассмотрим простейший случай взаимодействия двух монохроматических плоских волн вида (10), имеющих, вообще говоря, разные частоты и начальные фазы:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \sin(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}_1 + \varphi_1^0) \equiv \vec{E}_{01} \sin \varphi_1 \quad (12)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \sin(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \varphi_2^0) \equiv \vec{E}_{02} \sin \varphi_2$$

Методами интерференции, которые будут описаны ниже, сведем эти две волны в некоторой области пространства; пусть между ними возникла разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = \delta\varphi$. В точке наблюдения области пересечения волн произойдет их взаимодействие по *принципу суперпозиции*, который гласит: результирующая величина напряженности двух или нескольких волн в некоторой точке пространства равна алгебраической сумме напряженностей отдельных волн. Таким образом, для двух волн равной амплитуды и одной плоскости поляризации ($\vec{E}_1 \uparrow \vec{E}_2$) имеем результирующую $\vec{\Sigma}$, равную:

$$\begin{aligned} \vec{\Sigma} &= \vec{E}_0 (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) = 2\vec{E}_0 \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\delta\varphi}{2} \\ \vec{\Sigma} &= 2\vec{E}_0 \sin(\varphi_1 + \frac{\delta\varphi}{2}) \cos \frac{\delta\varphi}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

Заметим, что такое результирующее колебание имеет амплитуду, в соответствии с определением:

$$2E_0 \cos \frac{\delta\varphi}{2} \quad (13a)$$

поскольку $\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ отвечает колебательному движению с оптической частотой.

Эти формулы записаны для общего случая взаимодействия двух монохроматических волн разных частот, волновых векторов и начальных фаз. Тем не менее, уже очевидна зависимость от разности фаз $\delta\varphi$ (или разности хода δx).

Для двух одинаковых волн, которые часто получают в схемах интерференции $\omega_1 = \omega_2$, и

$$\delta\varphi = \vec{k}_1 \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \varphi_2^0 - \varphi_1^0 \neq f(t) \quad (14)$$

в данной точке пространства. Если при этом разность хода

$$\vec{\delta r} = n\lambda \quad (15a)$$

n — целое число, то из (11):

$$\delta\varphi = 2\pi n \quad (15b)$$

тогда:

$$\vec{\Sigma} = 2\vec{E}_0 \sin(\varphi_1 + \pi n) \cos \pi n = 2\vec{E}_0 \sin \varphi_1 (-1)^n (-1)^n = 2E_0 \sin \varphi_1 \quad (16)$$

Таким образом, при условии (15) суммарная напряженность светового поля удваивается по сравнению с исходной волной (12).

Если разность хода

$$\Delta \vec{r} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (17a)$$

то есть

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \quad (17b)$$

то

$$\vec{\Sigma} = 2\vec{E}_0 \sin\left[\varphi_1 + (2k + 1)\frac{\pi}{2}\right] \cos\left[(2k + 1)\frac{\pi}{2}\right] = 0 \quad (18)$$

Таким образом, при условии (17) складываемые волны гасят друг друга.

§4. Испускание электромагнитных волн атомами. Приемники света

Возбужденный атом, испуская электромагнитную волну (“высвечиваясь”), теряет энергию. В результате, спустя некоторый промежуток времени, излучение прекращается. Длительность отдельного акта излучения обычно составляет около $\tau \approx 10^{-8}$ с. Это значит, что электромагнитная волна, испускаемая атомом, не представляет собой “бесконечную синусоиду”, а является так называемым *цугом* — отрезком монохроматической волны. Длина цуга l определяется расстоянием, которое проходит волна за время испускания. Скорость света в пустоте $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек. Тогда $l \approx c\tau \approx 3\text{м}$, т. е. приблизительно в 10^6 раз больше длины волны. Стало быть, такой цуг содержит около миллиона “гребней” и “впадин” (ориентировочные цифра, приведенные здесь, относятся к видимой части спектра).

Приемники света (приборы, регистрирующие наличие света или его изменения) обладают инерционностью. У каждого из них имеется *время разрешения*, определяющее минимальную длительность изменения светового потока, которую прибор еще может воспринимать. Время разрешения может быть весьма различным. Для глаза оно составляет 0,1 с, для фотографических материалов — 10^{-3} – 10^{-5} с. Время разрешения фотоэлектрических умножителей может достигать 10^{-9} с. Однако, в любом случае время разрешения приемников света во много раз превышает период колебаний напряженности электрического поля в световой волне, которая имеет (для видимого света) порядок 10^{-15} с. Поэтому ни один прибор не в состоянии регистрировать отдельные колебания напряженности электрического поля в световой волне. Обычно за время разрешения в прибор попадает огромное число цугов. В результате приемники света реагируют не на значения напряженности электрического поля в волне, а на суммарную энергию, принесенную электромагнитным излучением за некоторый характерный промежуток времени. В связи с этим для оценки действия световой волны вводится понятие об *интенсивности* излучения I , под которой обычно подразумевается количество энергии, пронесимой волной в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны, усредненное за промежуток

времени, необходимой для регистрации излучения. Из электромагнитной теории известно, что интенсивность I пропорциональна квадрату напряженности электрического поля.

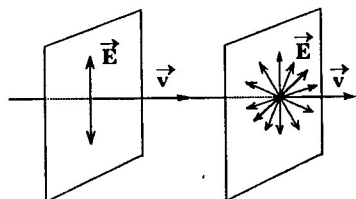


Рис. 5

Поэтому $I \sim \overline{E^2}$, где чертой над буквой обозначено усреднение по времени. Среднее значение квадрата любой величины, колеблющейся по гармоническому закону, пропорционально квадрату амплитуды. Поэтому в случае монохроматической волны $I \sim E_0^2$ где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны.

В подавляющем большинстве источников света (кроме оптических квантовых генераторов — лазеров) в возбуждении атомов существенную роль играет тепловое движение частиц среды. Вследствие хаотичности этого движения моменты возбуждения атомов и испускания ими лучей оказывается распределенным по времени хаотически. Хаотической оказывается и поляризация (т. е. направление вектора \vec{E}) лучей. Вектор напряженности электрического поля, получающийся при сложении полей отдельных лучей, в течение промежутка времени, необходимого для регистрации излучения, многократно хаотически изменяет направление в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света (рис. 6). При этом все направления в этой плоскости оказываются равноправными. Такой свет называется *естественным*.

§5. Когерентные волны. Интерференция

Учтем особенности излучения света лучами, а также усреднение по времени приемниками света. Математически это означает, что начальные фазы волн в (12) φ_1^0 и φ_2^0 нескоррелированы, то есть $\Delta\varphi^0$ хаотически скачет во времени при смене лучей; во-вторых, в физической реальности мы наблюдаем именно интенсивность суммарного поля $\vec{\Sigma}$ в (13). Вычислим эту интенсивность I , учитывая усреднение по отрезку времени, равному времени разрешения приемника,

и опуская векторную запись:

$$I \sim \overline{\Sigma^2} = 4E_0^2 \overline{\cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)} \sim 4E_0^2 \overline{\cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}} \quad (19)$$

Здесь учтено, что усреднение не распространяется на постоянный сомножитель $4E_0^2$; а также, что среднее значение квадрата величины, меняющейся по гармоническому закону с большой частотой, пропорционально квадрату амплитуды колебаний этой величины (см. формулу (13а)):

Рассмотрим несколько частных случаев, которые охватывают все возможные ситуации:

1. Частоты колебаний различны. Пусть

$$\omega_1 = \omega, \quad \omega_2 = \omega + \Delta\omega,$$

тогда

$$\Delta\varphi = \Delta\omega t + \Delta\varphi_r + \Delta\varphi^0 \quad (20)$$

где

$\Delta\varphi_r$ — разность фаз колебаний, обусловленная пространственной частью фаз;

$\Delta\varphi^0$ — разность начальных фаз.

Видно, что $\cos \frac{\Delta\varphi}{2}$ колеблется с частотой $\frac{\Delta\omega}{2}$ и периодом $T = 2\pi \frac{1}{\Delta\omega/2} = \frac{4\pi}{\Delta\omega}$. Если величина T значительно меньше времени разрешения приемника света, то за время, необходимое для наблюдения (то есть за время разрешения) $\cos \frac{\Delta\varphi}{2}$ многократно поменяет знак и усреднение можно брать за бесконечное время. Можно показать, что тогда

$$\overline{\cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}} = \frac{1}{2}$$

для любой разности фаз $\Delta\varphi_r$, то есть в любой точке пространства. Поэтому в области пересечения волн будет наблюдаться однородный фон с интенсивностью, равной сумме интенсивностей складываемых волн $2E_0^2$.

2. Частоты колебаний равны, но идет сбой начальной фазы из-за цуговой природы излучения:

$$\Delta\varphi^0 = f(t) \quad (21)$$

Здесь

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_r + \Delta\varphi^0 = \Delta\varphi_r + f(t) \quad (22)$$

Поскольку $f(t)$ имеет период 10^{-8} сек, что выходит за пределы разрешения большинства приемников света, то ситуация оказывается аналогичной предыдущему случаю, так как частота сбоя очень высока. Таким образом $\cos^2\left(\frac{\Delta\varphi_r}{2} + \frac{f(t)}{2}\right) \approx \frac{1}{2}$ для любой разности фаз $\Delta\varphi_r$, то есть во всей области пересечения волн. Здесь также имеем однородный фон с интенсивностью $2E_0^2$.

3. $\omega_1 = \omega_2$, $\Delta\varphi^0 \neq f(t)$ то есть нет сбоя фаз. Здесь:

$$I \sim 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi_2}{2} + \frac{\Delta\varphi^0}{2}\right) = 4E_0^2 \cos^2[\Phi(\vec{\Delta r})] \quad (23)$$

Усреднение снято, поскольку фаза не зависит от времени, но зависит от точки пространства, где происходит пересечения волн. В этом случае имеет место *закономерное изменение интенсивности в пространстве. Это и есть интерференция.*

Таким образом, интерференция может наблюдаться, если частоты складываемых колебаний одинаковы и разность фаз колебаний постоянна, по крайней мере, в течение времени, необходимого для наблюдения интерференционной картины.

Такие колебания называются *когерентными* (согласованными). Когерентными также называются волны, вызывающие такие колебания, и источники, испускающие эти волны.

Из (23) видно, что в максимуме интенсивности в поле интерференции

$$I_{max} = 4E_0^2 \quad (24)$$

то есть интенсивности двух волн учетверяются в отличие от некогерентного сложения (1-й и 2-й пункты); при этом:

$$\Phi(\vec{\Delta r}) = \pi n, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots;$$

если при этом $\Delta\varphi^0 = 0$ то

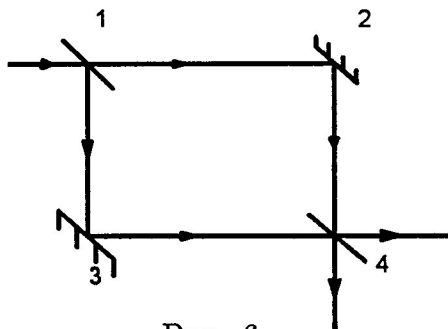


Рис. 6

$$\Delta\varphi_r = 2\pi n \quad (25)$$

Таким образом, поле интерференции, то есть область когерентного сложения волн, имеет полосатую структуру, которая определяется поверхностями

$$\Phi(\vec{\Delta r}) = const$$

Для получения когерентных волн в эксперименте в основном пользуются двумя методами:

1. Деление амплитуды (рис. 6):

Полупрозрачное зеркало 1 делит исходную волну на две, а 4 — сводит их снова вместе (К рис. 6 — 2, 3 — полностью отражающие зеркала; 1, 4 — полупрозрачные зеркала.) Таков принцип работы приборов для получения интерференции — интерферометров.

2. Деление фронта Такая схема использована в классическом опыте Юнга (рис. 7).

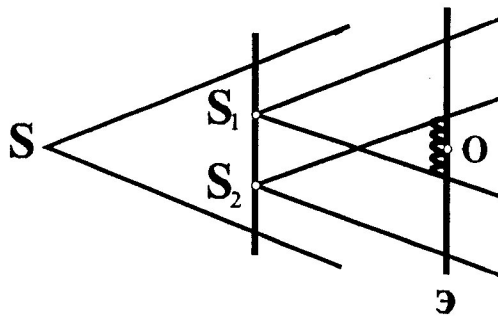


Рис. 7

Свет от точечного источника S просачивается через два точечных отверстия в 1-м экране. В области пересечения волн, идущих от этих вторичных источников S_1 и S_2 , можно получить интерференционную картину на экране наблюдения \mathcal{E} .

Поскольку в обеих схемах первичный источник один, то волны когерентны и в точке наблюдения O сдвиг фаз $\Delta\varphi$ фиксиро-

ван. Более того, можно получить интерференцию даже с некогерентным источником, если спектр его излучения не очень широкий.

В этом случае наблюдается окрашенная картина (см. ниже “Опыт Юнга”). Может возникнуть вопрос, куда девается энергия из точек, составляющих темные полосы? Конечно, закон сохранения энергии не нарушается: просто энергия перераспределяется в пределах поля интерференции, образуя полосатую структуру.

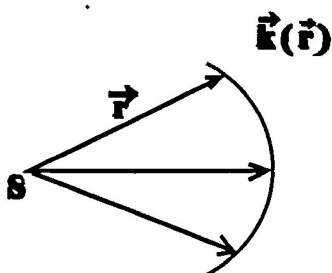


Рис. 8

В заключение этого раздела введем понятие сферической волны: в такой волне фронт представляет собой сферическую поверхность с центром в точке расположения точечного источника (Рис. 8). Волновой вектор $\vec{k}(\vec{r})$, направление лучей, зависит от радиус-вектора \vec{r} и направлен радиально.

§6. Принцип Гюйгенса-Френеля

Отступления от законов геометрической оптики (законов прямолинейного распространения света, отражения и преломления) при наличии препятствий называется *дифракцией* света. Таким образом, дифракция может проявляться при отражении и рассеянии на малых препятствиях, которые могут быть прозрачными (как в тумане) или непрозрачными (пыль). Заметим, что дифракция имеет место всегда, но для ее наблюдения необходимо выполнить определенные условия; они будут сформулированы ниже.

Теория дифракции основывается на том, что свет представляет собой бегущую электромагнитную волну, законы распространения которой опираются на *принцип Гюйгенса-Френеля*:

1. Каждая точка пространства, до которой дошло возмущение, в данный момент принимается за источник вторичных сферических волн. Поверхность, до которой дошло возмущение, является реально действующей, то есть *эффективной*. Например, если свет проходит через щель, то эффективной поверхностью будет открытая поверхность щели. В простейшем случае плоской волны эта поверхность не только ограничена препятствием, но является плоской. В общем случае упомянутая эффективная поверхность есть фронт волны, так как именно он является поверхностью постоянной фазы в данный момент времени.
2. Фронт волны в данный момент времени представляет собой результат интерференции этих вторичных источников.
3. Амплитуды колебаний в точке наблюдения и распределение интенсивности в дифракционной картине вычисляется с помощью принципа суперпозиции, то есть подчиняется законам интерференции.

§7. Опыт Юнга

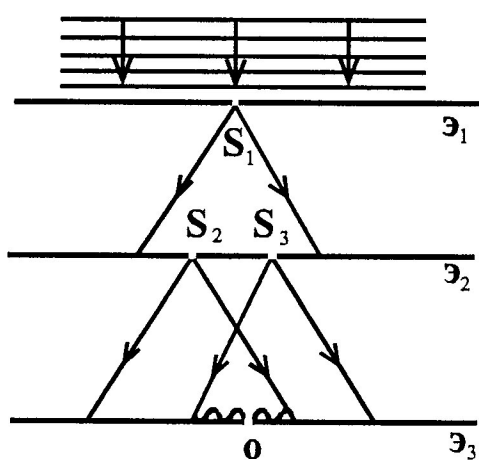


Рис. 9

На рис. 9 схематически изображен ход лучей. Плоская световая волна от далекого точечного источника падает на непрозрачный

Несмотря на то, что этот опыт чисто интерференционный, он хорошо иллюстрирует дифракционный принцип Гюйгенса-Френеля, так как интерференцию от дифракции в сущности отделить нельзя: обе являют волновую природу света. Кроме того, с помощью этого опыта впервые были вычислены длины световых волн, и тем самым было положено начало количественной волновой оптике.

экран \mathcal{E}_1 с малым отверстием S_1 . В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля это малое отверстие является вторичным точечным источником сферической волны. Оставшаяся часть экрана \mathcal{E}_1 закрывает другие точки волнового фронта первичной плоской волны и, таким образом, в дальнейшем не участвует. Далее на пути света ставится экран \mathcal{E}_2 с двумя близкими малыми отверстиями S_2 и S_3 .

Опять же, эти отверстия будут вторичными источниками сферических волн. На их пути ставится третий экран \mathcal{E}_3 , в плоскости которого проводится наблюдение — в некоторой точке O — световой освещенности в области перекрытия волн от источников S_2 и S_3 . Если первичный источник Солнце, то на пути лучей ставится цветной светофильтр, для того чтобы свет был достаточно монохроматичный.

Поскольку источники S_2 и S_3 являются вторичными относительно источника S_1 , то сбой фазы из-за прерывистой природы излучения Солнца у них идут синхронно, так что относительного сбой фазы нет. Поэтому они *когерентны*, согласованы между собой, и в области перекрытия на экране \mathcal{E}_3 можно увидеть интерференционные полосы.

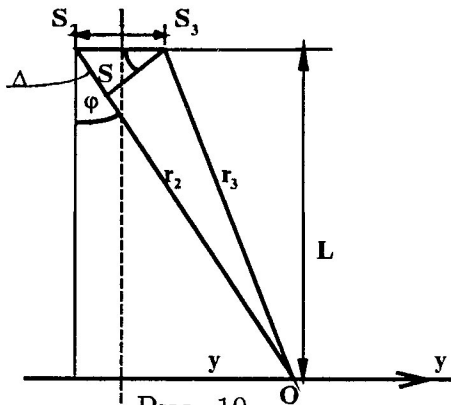


Рис. 10

Сделаем простейший расчет этой интерференции, что будет иллюстрацией применения элементарной теории, изложенной выше.

Поскольку интенсивность (освещенность) в произвольной точке наблюдения O зависит от разности хода интерферирующих в этой точке волн от двух источников S_2 и S_3 , поэтому задача расчета интерференционной картины сводится к вычислению разности хода от этих источников до точки O (Рис. 10).

Расстояние между двумя источниками обозначим за l ; расстояние до некоторой точки наблюдения O — за r_2, r_3 ; расстояние до экрана наблюдения L ; координата точки наблюдения y . Будем решать

нашу задачу в малых углах φ , для чего необходимо

$$L \ll l, y; \quad (28)$$

$$y \gg l$$

Опустим из точки S_3 на прямую r_2 перпендикуляр. В получившемся треугольнике S_2S_3S сторона Δ есть разность хода между лучами r_2 и r_3 до точки наблюдения, а неточность такого утверждения невелика, поскольку имеет место (28). После этих предварительных пояснений вычисление разности хода не представляет труда:

$$\Delta = l \sin \varphi \approx l \operatorname{tg} \varphi = l \frac{y}{L} \quad (29)$$

Для условия светлой полосы (усиление волн друг другом) в соответствии с (15):

$$\Delta = n\lambda, \quad \text{т. е.}$$

$$y = n\lambda \frac{L}{l} \equiv y_{\max} \quad (30)$$

Целое число n называется порядком интерференции. Расстояние между соседними максимума освещенности Δy , то есть между полосами определяется порядком интерференции, отличающимся на единицу:

$$\Delta y = |y_{\max}^{(n+1)} - y_{\max}^{(n)}| = (n+1)\lambda \frac{L}{l} - n\lambda \frac{L}{l} = \lambda \frac{L}{l} \quad (31)$$

Очевидно, такое же расстояние и между соседними минимумами.

Из этой формулы следует, что расстояние между полосами, во-первых, меняется с изменением длины волны λ . Таким образом, монохроматичность первичной волны должна быть достаточной, чтобы полосы разных длин волн (разных цветов) не перекрывали друг друга; иначе мы получим окрашенное поле интерференции, являющееся результатом наложения интерференционных картин различных длин волн.

Во-вторых, Δy обратно пропорционально расстоянию между источниками l . Таким образом, мы можем увидеть полосы невооруженным взглядом только при достаточно малом l . Оценим картину для зеленого цвета ($\lambda = 0.5$ мкм) для расстояния до экрана наблюдения $L = 1$ м (лабораторные условия) и $l = 1$ см. Из формулы (31) следует, что $\delta y = 0.05$ мм, и глазом эту интерференцию не увидеть.

Вот почему без количественных оценок трудно получить видимую глазом интерференционную картину.

§8. Границы применимости геометрической оптики

Волновая оптика, охватывая законы геометрической оптики, объясняет интерференционные и дифракционные явления, чего геометрическая оптика сделать не в состоянии. Поэтому можно сказать, что последняя — частный случай волновой оптики при некотором условии. Поскольку законы геометрической оптики — отражение, преломление, формулы линз и зеркал — очень просты, то очень важно найти критерий (условие), когда еще можно обращаться к этим простым формулам.

Для решения этой проблемы мысленно представим препятствие в виде круглого отверстия, которое можно было бы устанавливать на пути света, идущего от точечного источника к точке наблюдения. Из построений зон Френеля (см. учебник Ландсберга, §113 “Объяснение дифракции по методу Френеля”) следует, что если отверстие открывает много зон, то изменение его площади на одну зону приведет к радикальному изменению освещенности в точке наблюдения. Если же, наоборот, отверстие сравнимо с площадью зоны Френеля, то изменение его площади на площадь приведет к значительному изменению освещенности. Если и дальше уменьшать площадь отверстия, меньше площади первой зоны, то освещенность в точке наблюдения будет монотонно уменьшаться до нуля.

Составим отношение R диаметра первой зоны Френеля к среднему линейному размеру некоторого препятствия D (в нашем мы-

сленном опыте это был диаметр отверстия):

$$P = \frac{\sqrt{S_I}}{D} \quad (32)$$

где S_I — площадь первой зоны Френеля, причем:

$$S_I \approx a\lambda, \quad (33)$$

здесь a — среднее расстояние от источника до препятствия и от препятствия до точки наблюдения; λ — длина волны. Тогда:

$$P = \frac{\sqrt{a\lambda}}{D} \quad (34)$$

Из описанного выше мысленного эксперимента следует, что если отверстие велико настолько, что:

$$P = \frac{\sqrt{a\lambda}}{D} \ll 1 \quad (35)$$

то выполняются законы геометрической оптики.

Наоборот, если отверстие достаточно мало, так что

$$P = \frac{\sqrt{a\lambda}}{D} \geq 1 \quad (36)$$

то вступает в силу более общая волновая оптика: законы геометрической оптики нарушаются, проявляются волновые эффекты.

При переходе к препятствиям произвольной формы правила (35–36), очевидно, не теряют своей общности.

Сделаем некоторые оценки с помощью выведенного критерия. Поставим следующую задачу: при каких размерах препятствий D еще можно применять формулы геометрической оптики в лабораторных условиях ($a \sim 1$ м) в зеленом свете ($\lambda = 0.5$ мкм). Тогда $\frac{\sqrt{a\lambda}}{D} \ll 1$; $D \gg \sqrt{a\lambda} = \sqrt{10^6 \text{ мкм} \cdot 0.5 \text{ мкм}} \cong 0.7 \cdot 10^3 \text{ мкм}$ $D \gg 0.7$ мм

§9. Теория двулучепреломления

Прохождение света через анизотропное вещество (кристалл) связано с рядом своеобразных явлений. Еще в 1670 г. Эразм Бартоломинус наблюдал, что при прохождении через исландский шпат световой луч разбивается на два. Это явление получило название *двойного лучепреломления*.

Кристалл исландского шпата легко раскалывается по определенным плоскостям, образуя ромбоэдр (рис. 11). Узкий пучок света, преломляясь в таком кристалле, дает два пучка, идущих по различным направлениям. По выходе из кристалла оба пучка имеют направления, параллельные первоначальному, и если пучки достаточно узки, а кристалл достаточно толст, то они пространственно разделены (рис. 12). При рассматривании через такой кристалл какого-либо объекта глазом, объект двоится.

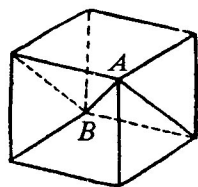


Рис. 11 *Естественный кристалл исландского шпата; оптической осью является любая прямая, параллельная оси АВ.*

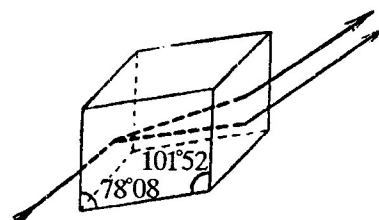


Рис. 12 *Двойное лучепреломление в кристалле исландского шпата.*

Например, если на лист белой бумаги нанести черную точку и рассматривать ее через кристалл исландского шпата, то видны две точки.

Большинство других прозрачных кристаллов также в той или иной мере обнаруживают явление двойного лучепреломления.

Вырезав каким-либо образом из кристалла плоско-параллельную пластинку и исследуя направление обоих лучей, возникающих внутри пластинки при двойном лучепреломлении, можно убедиться, что для одного из них отношение синуса угла падения к синусу

угла преломления $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ остается постоянным при изменении угла падения; этот луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной к поверхности пластинки в точке падения. Таким образом, он удовлетворяет обычному закону преломления. Этот луч называется *обыкновенным лучом*. Второй луч называется *необыкновенным*. Для него отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на поверхность пластинки необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от первоначального направления (рис. 13).

В этом случае $\sin i_1 = 0$, а $\sin i_2 \neq 0$, и отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ оказывается равным нулю. При обратном прохождении необыкновенного луча из кристалла в воздух отношение синуса угла падения к синусу угла преломления может оказаться равным бесконечности. Необыкновенный луч не лежит, как правило, в плоскости падения, т. е. в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности.

Оба луча, обыкновенный и необыкновенный, *полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях*.

Меняя направление падающего луча, можно убедиться, что внутри кристалла существуют такие направления, вдоль которых луч распространяется, не разбиваясь на два. Для исландского шпата таким направлением является направление, параллельное диагонали AB , соединяющей тупые углы естественного ромбоэдра (рис. 11). Прямая, проведенная через любую точку кристалла в направлении, в котором не происходит двойного лучепреломления, называется *оптической осью*. Плоскость, содержащая оптическую ось и данный луч, называется *главным сечением* или *главной плоскостью кристалла*, соответствующей этому лучу. Через кристалл, очевидно, можно провести бесчисленное множество оптических осей и бес-



Рис. 13 Отклонение необыкновенного луча при нормальном падении света на преломляющую грань кристалла.

численное множество главных сечений. Линия пересечения любых двух главных сечений всегда является оптической осью, т. к. они должны содержать оптическую ось.

Электрический вектор обыкновенного луча поляризован, т. е. направлен перпендикулярно плоскости соответствующего ему главного сечения, а электрический вектор необыкновенного луча поляризован параллельно этой плоскости.

До сих пор мы полагали, что на кристалл падает естественный свет, т. е. не имеющий выделенного направления колебания электрического вектора (неполяризованный свет). Преломленные же лучи — обыкновенный и необыкновенный — при этом оказывались плоско поляризованными и одинаковой яркости. Предположим теперь, что на кристалл падает свет, полностью поляризованный в какой-либо определенной плоскости. В этом случае, вообще говоря, возникнут тоже два луча, но различной яркости. Пусть AA' (рис. 14) — плоскость, в которой колеблется электрический вектор в падающей волне. Пусть OO' — плоскость главного сечения. Электрический вектор в обыкновенной волне колеблется в плоскости BB' , перпендикулярной OO' . Амплитуда обыкновенного луча a_0 при отсутствии потерь на отражение и поглощение равна проекции амплитуды падающего луча a на направление BB' :

$$a_0 = a \cos \alpha,$$

где α — угол между плоскостями колебаний в падающем луче и преломленном обыкновенном луче.

Так как поток энергии пропорционален квадрату амплитуды, то для потока w_0 обыкновенного луча получим

$$w_0 = W_0 \cos^2 \alpha, \quad (37a)$$

где W_0 — поток энергии в падающем луче.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в самой плоскости главного сечения OO' , поэтому амплитуда a_e необыкновенного луча равна

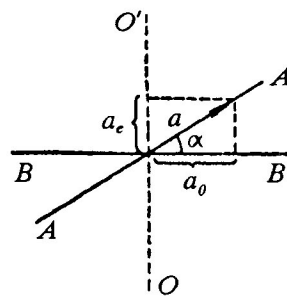


Рис. 14 Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах.

$$a_e = a \sin \alpha,$$

а следовательно, поток энергии w_e равен

$$w_e = W_0 \sin^2 \alpha. \quad (37б)$$

Формулы (37а) и (37б), определяющие потоки энергии в обыкновенном и необыкновенном лучах, возникающих из одного плоско поляризованного луча, носят название *формул Малю*.

Сумма потоков в обоих лучах равна потоку в падающем луче:

$$w_0 \cos^2 \alpha + w_e \sin^2 \alpha = W, \quad (38)$$

как это и следует из закона сохранения энергии.

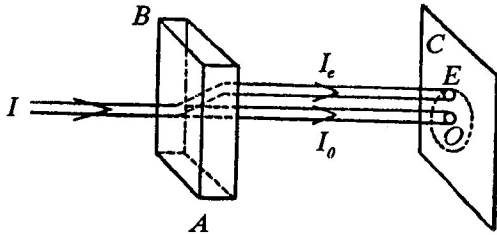


Рис. 15 Сравнение интенсивностей обыкновенного и необыкновенного лучей, возникающих из плоско поляризованного луча.

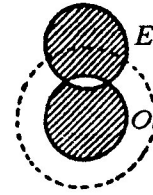


Рис. 16 Постоянство суммарной интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей.

Полученные нами соотношения легко иллюстрировать на опыте. Пусть плоско поляризованный узкий пучок света I падает нормально на грань AB кристалла, вырезанного в виде пластинки (рис. 15). Если оптическая ось кристалла не нормальна к грани AB то необыкновенный луч I_e отклонится в кристалле и выйдет из него параллельно обыкновенному лучу I_0 . Оба луча дадут светлые кружки O и E на экране C . При поворачивании кристалла вокруг оси, совпадающей с направлением обыкновенного луча I_0 , кружок O на экране остается неподвижным, а кружок E перемещается вокруг него по кругу, намеченному на рис. 15.

При этом яркость обоих пучков меняется. Если установить кристалл таким образом, чтобы его главное сечение было перпендикулярно вектору плоскости поляризации падающего света ($\alpha = 0$), то

луч I_0 достигнет максимальной яркости, а луч I_e полностью погаснет. При поворачивании кристалла появится необыкновенный луч I_e и достигнет максимальной яркости при $\alpha = \frac{\pi}{2}$; обыкновенный луч при этом будет отсутствовать. При $\alpha = \pi$ обыкновенный луч снова станет максимально ярким, а необыкновенный затухнет и т. д.

Так же легко проверить, что сумма яркостей обоих лучей остается неизменной. Для этого следует настолько расширить падающий пучок света, чтобы оба кружка O и E на экране C несколько перекрыли бы друг друга (рис. 16). Тогда при поворачивании кристалла яркость каждого из кружков меняется, но та область, где они перекрываются, остается все время одинаково яркой.

§10. Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая и круговая поляризация

Лучи, обыкновенный и необыкновенный, возникающие при двойном лучепреломлении из *естественного света*, не когерентны. Если естественный луч разложить на два луча, поляризованных в двух различных плоскостях A и B , а затем с помощью поляризационного прибора привести колебания в них к одной плоскости, то они не интерферируют. Это объясняется тем, что в естественном свете колебания, происходящие в разных плоскостях, испущены различными атомами и молекулами, следовательно, друг с другом не связаны и не имеют постоянных разностей фаз (не когерентны).

Лучи же, обыкновенный и необыкновенный, возникающие *из одного и того же поляризованного луча*, когерентны. Если колебания в двух таких лучах привести с помощью поляризационного прибора к одной плоскости, то лучи будут интерферировать обычным образом. Если колебания в двух когерентных плоско поляризованных лучах происходят во взаимно перпендикулярных направлениях, то они складываются, как два взаимно перпендикулярных колебательных движения, и приводят к возникновению колебаний эллиптического характера.

Световые волны, электрический вектор в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс, называются *эллиптически поляризованными*. В частном случае эллипс может пре-

вернуться в круг и тогда мы имеем дело со светом, *поляризованным по кругу*.

Рассмотрим случай возникновения эллиптической поляризации подробнее. Можно показать, что при нормальном падении пучка лучей на пластинку из кристалла, оптическая ось z в которого параллельна преломляющей поверхности, обыкновенный и необыкновенный лучи идут по одному направлению, но с разными скоростями. Пусть на такую пластинку падает плоско поляризованный луч с амплитудой электрического вектора \vec{E}_0 , плоскость поляризации которого составляет с плоскостью главного сечения

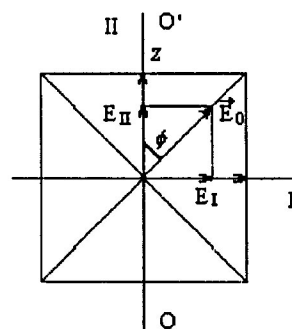


Рис. 17 OO' — плоскость главного сечения.

пластинки OO' угол ϕ . Тогда в пластинке возникнут оба луча, обыкновенный и необыкновенный (рис. 17), и они будут *когерентны*. В момент их возникновения в пластинке разность фаз между ними равна нулю, но она будет возрастать по мере проникновения лучей в пластинку. Подсчитаем эту разность фаз.

Каждый из лучей при прохождении сквозь пластинку толщиной l отстанет по фазе на величину $2\pi l/\lambda$, где λ — длина волны данного луча в кристалле. Для обыкновенного луча длина волны $\lambda_0 = \frac{v_0}{\nu}$, где v_0 — скорость его распространения в кристалле, а ν — частота колебаний. Так как $v_0 = \frac{c}{n_0}$, где n_0 — коэффициент преломления обыкновенного луча, то $\lambda_0 = \frac{c}{n_0\nu}$. Так же получим для длины волны необыкновенного луча в кристалле выражение $\lambda_e = \frac{c}{n_e\nu}$, где n_e — коэффициент преломления необыкновенного луча. Отсюда разность фаз между обоими лучами равна

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda_0} - \frac{2\pi l}{\lambda_e} = \frac{2\pi l\nu}{c}(n_0 - n_e).$$

Так как c/ν — длина волны в пустоте λ , то

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_0 - n_e). \quad (39)$$

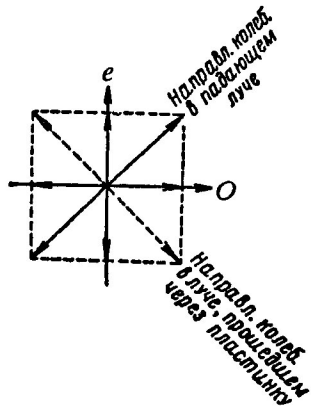


Рис. 18 Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с разностью фаз $k\pi$.

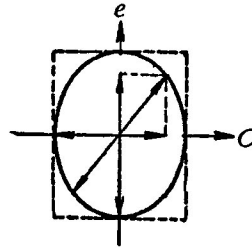


Рис. 19 Возникновение эллиптических колебаний.

Таким образом, разность фаз между обоими лучами тем больше, чем больше разность между коэффициентами преломления $n_o - n_e$ и чем больше толщина кристалла l . Если толщину пластинки подобрать так, чтобы $\Delta = k\pi$, где k — целое число, то оба луча, выйдя из пластинки, снова дадут плоско поляризованный луч. При k четном его плоскость поляризации совпадает с плоскостью поляризации луча, падающего на пластинку; при k нечетном плоскость поляризации вышедшего из пластинки луча окажется повернутой на $\pi/2$ по отношению к плоскости поляризации луча, падающего на пластинку (рис. 18). Можно показать, что при всех иных значениях разности фаз Δ колебания обоих лучей, вышедших из пластинки, складываясь, дадут эллиптическое колебание.

Если $\Delta = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, то оси эллипса совпадут с направлениями колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах (рис. 19). Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах определятся углом, который составляет плоскость поляризации падающего на пластинку луча с плоскостью главного сечения пластинки OO' (рис. 17).

Амплитуды обоих лучей будут равны друг другу, если плоскость поляризации падающего луча составит угол 45° с плоскостью главного сечения пластинки. В этом случае эллипс превратится в круг и, следовательно, возникнет свет, поляризованный по кругу.

Наименьшая толщина пластинки, способной превратить плоско-поляризованный луч в луч, поляризованный по кругу ($\Delta = \frac{\pi}{2}$), определится равенством (см. формулу (§10.)):

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_o - n_e),$$

откуда получаем:

$$l = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}.$$

Такая пластинка даст разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами $ln_o - ln_e$, равную $\lambda/4$, поэтому она сокращенно называется *пластинкой в четверть волны*. Очевидно, что пластинка толщиной в четверть волны даст разность хода между обоими лучами, равную $\lambda/4$, лишь для света данной длины волны λ . Для света других длин волн она даст разность хода, несколько отличную от $\lambda/4$.

Вернемся к рис. 17, на котором падающий луч перпендикулярен пластинке и плоскости листа. Направления I и II в пластинке называются *главными направлениями*. Очевидно, что при $\phi = 0^\circ$ или 90° в кристалле возбуждается либо только необыкновенная волна, либо только обыкновенная волна, и свет остается линейно-поляризованным в той же плоскости при любой толщине пластины l .

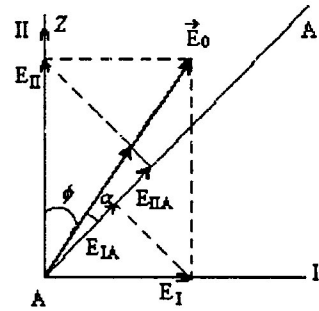


Рис. 20

Пропустим свет, вышедший из нее через анализатор, т. е. поляризационный прибор, имеющий такую ось AA , что пропускает составляющие обыкновенной (E_{IA}) и необыкновенной (E_{IIA}) волн вдоль направления AA (рис. 20).

Ограничимся анализом света, прошедшим пластинку $\lambda/4$, т. е. когда разность хода $\Delta = \pi/2$. Тогда нетрудно показать, что результирующая волна, образованная интерференцией когерентных волн с параллельными электрическими векторами E_{IA} и E_{IIA} имеет интенсивность

$$I = I_0[\sin^2 \phi \sin^2 (\alpha + \phi) + \cos^2 \phi \cos^2 (\alpha + \phi)]$$

$$\text{где } I_0 \propto E_0^2 \quad (40)$$

Из (40) следует, что если $\phi = 0^\circ$ или 90° , т. е. если световой вектор \vec{E}_0 колеблется вдоль одного из главных направлений кристаллической пластины, то интенсивность света, прошедшего анализатор подчиняется закону:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (41)$$

причем свет остается линейно поляризованным в той же плоскости. Если при этом $\alpha = 90^\circ$, т. е. анализатор скрещен с направлением колебаний электрического вектора \vec{E}_0 входной волны, то $I = 0$. Это является способом определения главных направлений кристаллической пластины.

Если $\phi = 45^\circ$, свет, как мы видели, поляризован по кругу, и из (40) $I = I_0/2$; т. е. интенсивность прошедшего света не зависит от угла анализатора α и будет оставаться постоянной при его вращении.

Если $\phi \neq 45^\circ$, т. е. если свет поляризован эллиптически, то в соответствии с (40) и рис. 20:

$$I \propto E_I^2 \sin^2(\alpha + \phi) + E_{II}^2 \cos^2(\alpha + \phi) \quad (42)$$

Вращая анализатор, т. е. изменяя α , оставляя постоянным ϕ (т. е. не трогая пластинку $\alpha/4$), получим изменение интенсивности от максимума до минимума, что соответствует углам α , когда направление пропускания анализатора совпадает с одной из полуосей эллипса ($\alpha + \phi = 0^\circ, 90^\circ$). Измеряя отношение интенсивностей света в максимуме и минимуме, можно найти *степень эллиптичности* поляризации света γ :

$$\gamma \equiv \frac{E_I}{E_{II}} = \operatorname{tg} \phi = \begin{cases} (I_{\min}/I_{\max})^{1/2}, & \phi < 45^\circ \\ (I_{\max}/I_{\min})^{1/2}, & \phi > 45^\circ \end{cases} \quad (43)$$

§11. Вращение плоскости поляризации

В направлении оптической оси свет распространяется в кристалле так же, как и в однородной среде, не давая двойного лучепреломления. Однако было замечено, что в кристаллах кварца распространение света вдоль оптической оси все же отличается от его

распространения в изотропной среде. Оказалось, что плоско поляризованный свет, распространяясь в кристалле кварца вдоль оптической оси, поворачивает плоскость поляризации. Впоследствии это явление было обнаружено в ряде других кристаллов и в некоторых жидкостях и получило название *вращения плоскости поляризации*. Вещества, вращающие плоскость поляризации, называются *оптически активными*.

Если расположить пластинку кварца, вырезанную перпендикулярно оси, между двумя скрещенными поляризаторами, то поле просветляется. Поворотом второго поляризатора (анализатора) на некоторый угол свет снова можно потушить. Это указывает на то, что свет остался плоско поляризованным, но плоскость его поляризации повернулась на некоторый угол. Полностью потушить свет, поворачивая анализатор, можно лишь в случае монохроматического источника света. Если пользоваться белым светом, то при расположении кварцевой пластинки между скрещенными поляризаторами получается окрашенное поле; при повороте одного из поляризаторов окраска поля меняется. Это указывает на зависимость вращательной способности от длины волны (дисперсия вращательной способности). Угол вращения плоскости поляризации $\Delta\psi$ пропорционален толщине пластинки. Если смотреть навстречу лучу, то плоскость поляризации для данного кристалла повернута в определенном направлении: по часовой стрелке (направо) или против часовой стрелки (налево). При повороте пластинки на 180° это направление вращения сохраняется неизменным. Поэтому, если заставить луч пройти через кристаллическую пластинку, обладающую способностью вращать плоскость поляризации вдоль оптической оси, а затем, отразив нормально от зеркала, пропустить его через ту же пластинку в обратном направлении, то плоскость поляризации не будет повернута.

Вещества, вращающие направо, носят название *правовращающих*, а вращающие налево — *левоповорачивающих*. Кристаллы кварца встречаются в двух разновидностях — правовращающие и левоповорачивающие.

Вращение в кварце значительно: кварцевая пластинка толщиной в 1 мм поворачивает плоскость поляризации желтых лучей ($\lambda = 0,5890$ мк) на $21,7^\circ$, а фиолетовых ($\lambda = 0,4047$ мк) — на $48,9^\circ$;

в ультрафиолетовой области спектра вращение плоскости поляризации еще больше: та же пластинка поворачивает плоскость поляризации лучей с длиной волны $\lambda = 0,2147$ мк на 236° .

Френель показал, что вращение плоскости поляризации может быть объяснено, если допустить, что лучи, поляризованные по кругу с правым и левым направлением вращения, распространяются в кристалле с разной скоростью.

Наряду с кристаллами, существуют и жидкости, которые также обладают способностью вращать плоскость поляризации. К числу таких жидкостей принадлежат скипидар, водный раствор сахара, раствор виннокаменной кислоты и т.д. Для растворов имеют место следующие законы: угол вращения $\Delta\psi$ пропорционален толщине l слоя раствора и пропорционален концентрации c активного вещества:

$$\Delta\psi = \alpha cl. \quad (44)$$

Величина α зависит от рода вещества; она носит название *постоянной вращения*. Все вещества, активные в аморфном состоянии (расплавленные или в виде растворов), активны и в виде кристаллов, хотя постоянная вращения α в обоих этих состояниях может быть разной. Наоборот, ряд веществ, неактивных в аморфном состоянии. Так, кварц, сильно вращающий в кристаллическом состоянии, перестает вращать в аморфном состоянии (плавленый кварц). Отсюда следует, что способность вращать плоскость поляризации может определяться как строением молекул, так и расположением молекул в кристаллической решетке.

Явление вращения плоскости поляризации находит практическое применение при измерении концентрации сахара в растворе. Определив значение постоянной вращения α при данных условиях, можно по формуле (44) найти концентрацию раствора. Такие измерения производятся в сахарной промышленности с помощью специальных приборов, получивших название *сахариметров*.



Рис. 21 Схема устройства сахариметра.

Схема простейшего сахариметра представляет собой поляриметр (рис. 21). Между двумя николями (поляризующими призмами) N_1 и N_2 расположена кювета, закрытая плоско-параллельными окошками. При отсутствии раствора николи устанавливаются “на темноту”, т.е. так, что их главные сечения взаимно перпендикулярны. При заполнении кюветы раствором поле просветляется. Для того чтобы

снова поле сделать темным, николь N_2 приходится повернуть на некоторый угол, который и определяет поворот плоскости поляризации в растворе. Ввиду того что установка николей “на темноту” не может быть произведена очень точно, употребляются иные поляризационные приспособления.

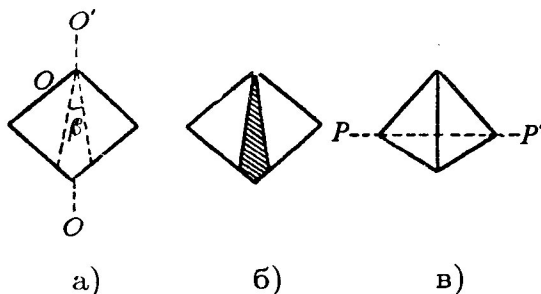


Рис. 22 Устройство полутеневого анализатора.

В настоящее время чаще всего работают с так называемым *полутеневым анализатором*. Полутеневого анализатор получается из призмы Николя, которая разрезается по двум плоскостям, симметричным к плоскости главного сечения OO' и составляющим между собою небольшой угол β (положение этих плоскостей отмечено пунктирными линиями на рис. 22 а). Лежащий между плоскостями клин (заштрихован на рис. 22 б) удаляется и две половинки склеиваются так, что в поперечном сечении они образуют неправильный ромб (рис. 22 в). Каждая из половинок представляет собой самостоятельный анализатор, причем главные сечения этих двух анализаторов образуют между собою угол β . Если плоскость поляризации PP' падающего света перпендикулярна к плоскости, по которой склеены обе половинки (рис. 22 в), то обе половинки представляются одинаково яркими. При всяком другом положении плоскости поляризации одна из половинок будет ярче другой. Так как глаз способен с большой точностью устанавливать одинаковость яркостей двух соседних полей, то этим способом можно хорошо фиксировать положение плоскости поляризации PP' . Работать с полутеневым анализатором необходимо с монохроматическим светом.

Краткие сведения о лазерах

Лазерами называют оптические квантовые генераторы (ОКГ). При помощи лазеров удастся получать узкие практически параллельные пучки света с высокой степенью монохроматичности и огромной интенсивностью. Это связано с тем, что в лазерах, в отличие от обычных источников света, излучения отдельных атомов когерентны. Когерентность обусловлена специфическим способом возбуждения атомов. Как известно из теории интерференции, интенсивность света, испускаемого некогерентными источниками (например, атомами обычных источников света), равна сумме интенсивностей отдельных излучателей: $I = Na^2 = Ni$, где N — число излучающих атомов, a — амплитуда колебаний в волне, испущенной отдельным атомом, а $i = a^2$ — интенсивность излучения отдельного атома. Предположим теперь, что атомы излучают когерентно и в определенном направлении, причем фазы колебаний, пришедших в некоторую точку пространства от всех излучающих атомов, одинаковы — что и имеет место в лазерном излучении. Тогда в результате интерференции суммарная амплитуда колебаний в этой точке будет $A = Na$, а интенсивность света $I = N^2a^2 = N^2i$, т.е. в N раз больше, чем в случае обычного источника. Так как число излучающих атомов велико, то становится понятным, почему интенсивность света от лазеров во много раз превосходит интенсивность света от обычных источников.

Таблица 1

Порядок максимума n	Отношения интенсивностей I_0/I_n	
	Зоны Френеля $\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)^2$	Строгая теория
1	22,21	21,20
2	61,68	69,03
3	120,9	119,9
4	199,9	198,8

Обязательная литература:

1. Элементарный учебник физики / Под ред. Г. С. Ландсберга/ т. III, 1995. — гл. XIII Интерференция света, стр. 317-321; гл. XIV Дифракция света, стр. 329-346.
2. Яворский Б. М., Пинский А. А. Основы физики. Т. II, 1974. — гл. 57 Интерференция и дифракция §§ 57.1, 57.5; гл. 61 Интерференция света §§ 61.1, 61.2, 61.5-61.7; гл. 64 Поляризация света, стр. 140-150.
3. Дмитриев М. Н. Волны. Заочное физическое обучение. 11 класс, 1996. — гл. Общие понятия, §§1-6; гл. Монохроматические волны, §§7-8; §10; §§12-14; гл. Интерференция волн, §§ 18, 19, стр. 27-29.

Контрольные вопросы по волновой оптике (10 – 11 класс)

Интерференция

1. Формула гармонического колебания в данной точке пространства
2. Фаза бегущей волны
3. Плоская световая волна
4. Интенсивность световой волны
5. Условия усиления, ослабления двух волн в данной точке пространства
6. Разность хода и разность фаз двух волн, связь между ними
7. Когерентные световые волны

Дифракция

1. Принцип Гюйгенса-Френеля. Качественный и количественный аспекты
2. Принцип суперпозиции
3. Метод векторных диаграмм
4. Зоны Френеля
5. Вывести формулу разности хода(фаз) в опыте Юнга
6. Оценить расстояние между двумя точечными источниками (или щелями) для хорошего наблюдения интерференции в ^{1^o} зенитном свете в лабораторных условиях
7. Каким образом принцип Гюйгенса-Френеля применяется в опыте Юнга
8. Дифракционная решетка, условие максимумов

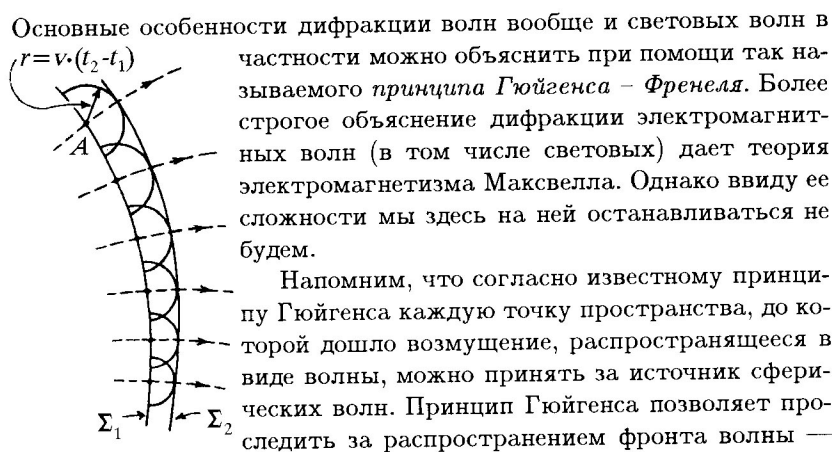
Поляризация (только для 11 классов)

1. Обыкновенный и необыкновенный лучи, как их отличить на опыте
2. Оптическая ось и главное сечение кристалла
3. Закон Малю
4. Поляризатор и анализатор
5. Анализ линейно-поляризованного света
6. Условие одинаковой интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей

Теория ошибок

1. Абсолютная и относительная ошибка
2. Систематические ошибки и их виды
3. Случайные ошибки: чем характеризуются
4. Дисперсия измерений и средне-квадратичная ошибка. Распределение Гаусса для случайной величины
5. Совместный учет систематической и случайной ошибок
6. Когда достаточно провести единичное измерение физической величины
7. Ошибка определения погрешности и правило округления при численной записи ошибок
8. Косвенные измерения. Правила нахождения ошибки косвенных измерений

Принцип Гюйгенса — Френеля



Основные особенности дифракции волн вообще и световых волн в частности можно объяснить при помощи так называемого *принципа Гюйгенса — Френеля*. Более строгое объяснение дифракции электромагнитных волн (в том числе световых) дает теория электромагнетизма Максвелла. Однако ввиду ее сложности мы здесь на ней останавливаться не будем.

Напомним, что согласно известному принципу Гюйгенса каждую точку пространства, до которой дошло возмущение, распространяющееся в виде волн, можно принять за источник сферических волн. Принцип Гюйгенса позволяет проследить за распространением фронта волны — поверхности, до точек которой возмущение, распространяющееся от данного источника, доходит одновременно. Для этого на пути распространения волны берут некоторую, вообще говоря, произвольную воображаемую поверхность Σ_1 (рис. 1). Пусть от источника до некоторой точки A, лежащей на этой поверхности, возмущение доходит за время t_1 . Если в данной области пространства возмущение распространяется со скоростью v , то к моменту времени t_2 (время отсчитывается с момента испускания возмущения первичным источником) возмущение, распространяющееся от точки A, принятой за вторичный источник, достигнет поверхности сферы радиуса $r = v(t_2 - t_1)$. Обычно изображают только часть этой сферы — полусферу в направлении распространения волны. Такие полусферы строят для большого числа вторичных источников, взятых на поверхности Σ_1 . Радиусы этих полусфер могут быть различными, так как времена t_1 для разных точек поверхности Σ_1 могут отличаться друг от друга и скорость v распространения возмущения в разных областях пространства может быть неодинаковой. Поверхность Σ_2 , касающаяся всех таких полусфер (огibaющая поверхность), представляет собой положение фронта волны в момент времени t_2 . Проводя такое построение для ряда моментов времени t_2 , можно получить последовательные положения фронта волны по мере распространения возмущения. Построение заметно облегчается, если в качестве вспомогательной поверхности Σ_1 взять фронт волны в какой-либо момент времени. Тогда

время t_1 будет одинаково для всех вторичных источников, а величина $\Delta t = t_2 - t_1$ будет соответствовать промежутку времени, в течение которого фронт волны перемещается от поверхности Σ_1 до поверхности Σ_2 . Линии, перпендикулярные фронту волны,

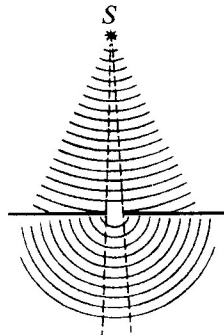


Рис. 2

в геометрической оптике соответствуют лучам. Вдоль них в изотропной среде происходит распространение энергии, которую несет с собой световая волна.

Из принципа Гюйгенса следует, что при наличии на пути волны каких-либо препятствий могут возникать отклонения от законов геометрической оптики, т.е. может наблюдаться дифракция. Например, пусть на пути световой волны, испускаемой точечным источником S , имеется непрозрачный экран с малым отверстием (рис. 2). Согласно законам геометрической оптики свет, прошедший через отверстие, должен распространяться узким пучком, показанным на рис. 2 штриховыми линиями. В то же время при достаточно малой величине отверстия участок фронта волны, лежащий в самом отверстии, можно согласно принципу Гюйгенса принять за точечный источник, от которого распространяется сферическая волна, заходящая и в область геометрической тени. Для объяснения распределения интенсивности в дифракционной картине Френель дополнил принцип Гюйгенса следующими предположениями:

1) монохроматический свет представляет собой распространение в пространстве гармонических колебаний,
 2) распределение интенсивности в дифракционной картине можно представить как результат интерференции волн, испускаемых вторичными источниками.

Рассмотрим теперь принцип Гюйгенса — Френеля более подробно.

Прежде всего мы в дальнейшем будем считать, что каким-либо способом, например, при помощи светофильтра, обеспечена монохроматичность света, который используется для получения дифракционной картины. Примем в качестве характеристики возмущения, распространяющегося в виде световой электромагнитной волны, напряженность электрического поля E . Пусть источник испускает электромагнитную волну, в которой колебания происходят по гармоническому закону с частотой ω .

Если начальная фаза колебаний источника принята за нуль, то в

какой-либо точке пространства, где проходит волна, колебания напряженности происходят по закону

$$E = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin[\omega(t - t_{зан})]. \quad (1)$$

Здесь $t_{зан}$ представляет собой время запаздывания, т.е. промежуток времени, в течение которого возмущение распространяется от источника до этой точки. Из формулы (1) видно, что в точках пространства, для которых $t_{зан}$ одно и то же, колебания происходят в одной фазе. Отсюда следует, что в случае монохроматической волны построение Гюйгенса определяет расположение *поверхностей равных фаз*, или иначе — *волновых поверхностей*.

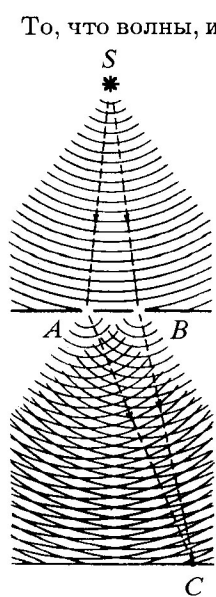


Рис. 3

То, что волны, испускаемые вторичными источниками, интерферируют, т.е. являются когерентными, можно уяснить, обратившись к интерференционной схеме Юнга, в которой для получения интерферирующих пучков света используется непрозрачный экран с двумя малыми отверстиями A и B (рис. 3). Участки волновой поверхности, расположенные в отверстиях, являются здесь вторичными источниками, испускающими сферические волны в пространство за экраном. Эти сферические волны включают в себя части одного и того же цуга электромагнитной волны, испущенной атомом источника, идущие к произвольной точке C разными путями SAC и SBC . Согласно изложенным в предыдущем параграфе представлениям наложение таких частей цуга и приводит к возникновению интерференционной картины.

Применение принципа Гюйгенса — Френеля осуществляется следующим образом. Пусть требуется найти интенсивность света, испускаемого источником света S , в некоторой точке B , которую в дальнейшем мы будем называть точкой наблюдения (рис. 4). Окружим источник произвольной вспомогательной поверхностью Σ , и разобьем эту поверхность на малые участки $\Delta\Sigma$. На размеры участков накладывается условие: разница между расстояниями от двух любых точек

участка до точки наблюдения значительно меньше длины световой волны.

Примем каждый такой участок за точечный вторичный источник. Волны, испускаемые вторичными источниками, создают в точке на-

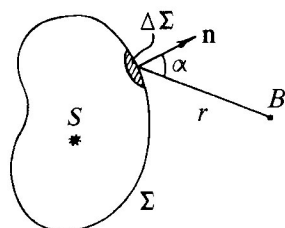


Рис. 4

блюдения гармонические колебания той же частоты, которую имеет световая волна, испускаемая источником S . Сложим колебания, приходящие от всех участков поверхности Σ с учетом их амплитуд и начальных фаз. Интенсивность света в точке B определится как величина, пропорциональная квадрату амплитуды суммарного колебания.

Рассмотрим условия, которые определяют амплитуду и начальную фазу колебаний, приходящих в точку наблюдения от какого-либо вторичного источника, расположенного на вспомогательной поверхности.

Амплитуда колебаний в точке наблюдения B :

1. Пропорциональна площади участка Σ ,
2. пропорциональна амплитуде колебаний, создаваемых источником S на участке $\Delta\Sigma$,
3. обратно пропорциональна расстоянию r от $\Delta\Sigma$ до точки B (что характерно для любой сферической волны) и
4. по предложению Френеля убывает по мере увеличения угла α между нормалью \mathbf{n} к участку $\Delta\Sigma$ и направлением на точку B .

В свою очередь, амплитуда колебаний, создаваемых источником S на участке $\Delta\Sigma$, зависит от расстояния между источником и участком. Наконец, в некоторых случаях приходится учитывать уменьшение амплитуды вследствие поглощения света средой.

Начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения B , определяется начальной фазой колебаний вторичного источника и временем распространения светового возмущения от вторичного источника до точки B . В свою очередь, начальная фаза колебаний вторичного источника зависит от времени распространения возмущения от источника S до данного участка $\Delta\Sigma$. В обоих случаях время распространения возмущения зависит от расстояний, проходимых возмущениями, и

от свойств среды и в конечном счете определяется оптической длиной соответствующих путей (см. раздел “Интерференция света”).

Если на пути распространения света имеются препятствия в виде непрозрачных экранов, то в поверхность Σ включают поверхность этих экранов, полагая, что на участках, совпадающих с экранами, вторичные источники отсутствуют.

Ввиду большого числа величин, подлежащих учету для установления распределения интенсивности в дифракционной картине, применение принципа Гюйгенса — Френеля приводит к весьма сложным математическим задачам. Однако в конкретных случаях возможны значительные упрощения. В дальнейшем мы будем считать, что свет распространяется в пустоте. В этом случае оптическая длина пути совпадает с геометрической, а поглощение света отсутствует. Если в качестве вспомогательной поверхности Σ взята волновая поверхность, то колебания всех вторичных источников происходят в одинаковой фазе, которую можно считать равной нулю. В результате начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения, определяется только расстоянием до нее от вторичного источника. Далее мы будем рассматривать только такие случаи, когда во всех точках поверхности Σ колебания, приходящие от источника S , имеют одинаковую амплитуду и, стало быть, амплитуда колебаний, приходящих в точку наблюдения от данного участка $\Delta\Sigma$, определяется в основном площадью этого участка. Наконец, в тех случаях, когда нет необходимости в определении интенсивности в различных точках дифракционной картины, а требуется найти лишь положение максимумов и минимумов интенсивности, то в некоторых сравнительно простых случаях можно воспользоваться качественными методами — методом зон Френеля и методом векторных диаграмм.

§1. Дифракция Френеля на круглом отверстии и круглом экране

Зоны Френеля. Для того, чтобы упростить процесс суммирования колебаний, Френель предложил в качестве вспомогательной поверхности Σ брать волновую поверхность и разбивать ее на участки с таким расчетом, чтобы колебания, приходящие в точку наблюдения от двух соседних участков, гасили друг друга. Такие участки волновой поверхности называют *зонами Френеля*. Чтобы произошло гашение колебаний, расстояния от соседних зон до точки наблюдения

должны отличаться друг от друга на половину длины волны — такая разность хода обеспечит противоположность фаз колебаний, приходящих в точку наблюдения от этих зон. Поскольку величина амплитуды суммарного колебания в точке наблюдения в основном определяется площадью участка вспомогательной поверхности, то полное гашение колебаний, приходящих в точку наблюдения от двух соседних зон, происходит, если зоны имеют одинаковую площадь. Следует, однако, иметь в виду, что из способа разделения волновой поверхности на зоны, равенства площадей зон не вытекает.

Построим зоны Френеля для случая, когда точечный источник S испускает свет с длиной волны λ . В этом случае, как известно, волновыми поверхностями являются сферы, центры которых совпадают с источником. Выберем одну из таких сфер в качестве вспомогательной поверхности Σ (рис. 5). Пусть B — точка наблюдения. Проведем на поверхности Σ окружности таким образом, чтобы каждая последующая отстояла от точки B на половину длины волны дальше, чем предыдущая. Это означает, что расстояния от точки B до этих окружностей связаны между собой следующими условиями:

$$M_1B = M_0B + \frac{\lambda}{2}; M_2B = M_1B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + 2\frac{\lambda}{2};$$

$$M_3B = M_2B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + 3\frac{\lambda}{2}; \dots M_nB = M_{n-1}B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + n\frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Кольцеобразные участки на сфере, заключенные между соседними окружностями, представляют собой зоны Френеля для точки наблюдения B (первая зона имеет вид круга на сфере). Целое число

n в формуле (2) показывает, сколько зон находится внутри окружности, до которой расстояние от точки наблюдения равно M_nB . Это число можно принять за номер зоны. Способ построения приводит к тому, что с увеличением номера зоны на единицу среднее расстояние от точки наблюдения до зоны возрастает на $\lambda/2$.

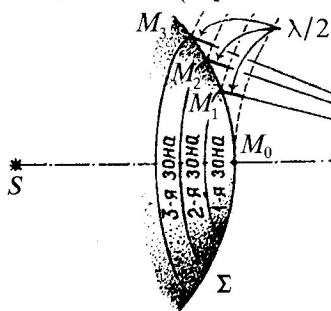


Рис. 5

Найдем радиусы зон. Введем следующие обозначения (рис. 6): S — источник света, B — точка наблюдения, Σ — сферическая волновая

поверхность, a — ее радиус, $r_n = M_nO$ — внешний радиус зоны с номером n , ($M_nO \perp SB$), $OM_0 = \delta$, $M_0B = b$. Из правила построения зон следует, что $M_nB = b + n\lambda/2$. Выразим r_n^2 из прямоугольных треугольников SM_nO и M_nBO при помощи теоремы Пифагора:

$$r_n^2 = a^2 - (a - \delta)^2 = 2a\delta + \delta^2 \quad (3)$$

$$r_n^2 = \left(b + n\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + \delta)^2 = bn\lambda + \left(n\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2b\delta - \delta^2. \quad (4)$$

В тех случаях, с которыми приходится иметь дело на практике,

радиус зоны мал по сравнению с расстояниями a и b , а длина световой волны λ мала по сравнению

с радиусом зоны. Поэтому $n\frac{\lambda}{2} \ll b$

и, как можно заключить из рис. 6, $\delta \ll a$. При этих условиях в формулах (3) и (4) можно пренебречь

величинами δ^2 и $\left(n\frac{\lambda}{2}\right)^2$ по сравнению с другими членами. В результате из (3) и (4) получается

$$r_n^2 = 2a\delta = bn\lambda - 2b\delta. \quad (5)$$

Отсюда следует

$$\delta = \frac{bn\lambda}{2(a+b)}, \quad (6)$$

$$r_n^2 = \frac{abn\lambda}{a+b}, \quad (7)$$

$$r_n = \sqrt{\frac{abn\lambda}{a+b}}, \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{(a+b)r_n^2}{abn}. \quad (9)$$

Вычислим теперь площадь S_n зоны с номером n , считая, что при малых δ выпуклость поверхности Σ так мала, что зону можно считать плоским кольцом с наружным радиусом r_n и внутренним радиусом r_{n-1} . При помощи формулы (7) получим

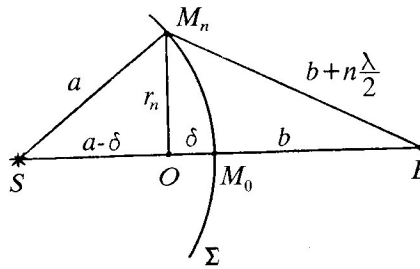


Рис. 6

$$S_n = \pi r_n^2 - \pi r_{n-1}^2 = \frac{\pi ab n \lambda}{a+b} - \frac{\pi ab (n-1) \lambda}{a+b} = \frac{\pi ab \lambda}{a+b}. \quad (10)$$

Так как выражение для S_n не зависит от номера зоны, то в данном случае площади всех зон равны между собой.

Метод векторных диаграмм. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты удобно делать при помощи векторных диаграмм. Напомним, что на векторной диаграмме колебание изображается вектором, модуль которого равен амплитуде колебания, а угол, который он составляет с некоторым фиксированным направлением (на чертеже — обычно горизонтальным), равен начальной фазе колебания. При сложении нескольких векторов, изображающих колебания, получается вектор, модуль которого равен амплитуде суммарного колебания (фазой суммарного колебания мы здесь интересоваться не будем). При сложении большого числа векторов их располагают цепочкой, совмещая начало каждого следующего вектора с концом предыдущего, сохраняя при этом направления векторов. Суммой векторов является замыкающий вектор, т.е. вектор, проведенный от начала первого вектора цепочки к концу последнего.

Воспользуемся этими правилами для сложения колебаний, проходящих в точку наблюдения B от вспомогательной поверхности Σ (см. рис. 5). Разобьем каждую зону Френеля на большое число колечек, настолько узких, что расстояния от любых точек одного и того же колечка до точки B можно считать одинаковыми (рис. 7). Примем

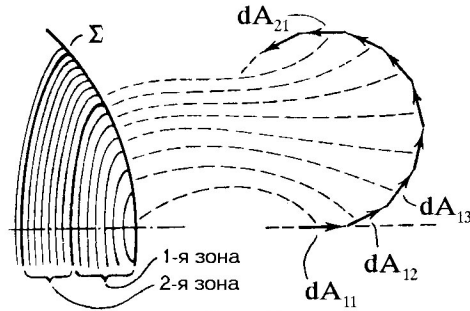


Рис. 7

за нуль фазу колебания, проходящего в точку B от центрального кружка первой зоны. Тогда на векторной диаграмме это колебание можно изобразить в виде горизонтально направленного вектора dA_{11} . Вследствие того, что колечко, прилегающее к центральному кружку, находится от точки B несколько

дальше, чем центральный кружок, колебание от этого колечка приходит в точку B с некоторым запаздыванием по фазе по сравнению с колебанием, приходящим от центрального кружка. Поэтому на векторной диаграмме это колебание изображается вектором dA_{12} , поверну-

тым на небольшой угол по отношению к вектору dA_{11} . От следующего колечка колебание в точку B приходит с еще большим запаздыванием по фазе. Вектор dA_{13} , изображающий это колебание, также должен быть повернут на некоторый угол по отношению к вектору dA_{12} и т.д. В результате, векторы, изображающие колебания, приходящие в точку B от следующих друг за другом колечек, образуют ломаную линию.

Так как расстояние MB_1 от границы между первой и второй зонами до точки B превышает расстояние M_0B от центра первой зоны до точки B на половину длины волны (см. рис. 5), то от первого колечка второй зоны колебание в точку B приходит с противоположной фазой по сравнению с колебанием, приходящим от центрального кружка. Это означает, что вектор dA_{21} , изображающий колебание, приходящее от первого колечка второй зоны, должен быть направлен противоположно вектору dA_{11} .

Чем уже колечки, тем точнее получается результат. При неограниченном уменьшении ширины колечек и одновременном увеличении их числа ломаная линия превращается в плавную кривую. Хотя площади колечек и равны, но амплитуды колебаний, приходящих от них в точку B , постепенно уменьшаются по мере роста радиусов колечек. Это вызвано, во-первых, удалением колечек от точки B и, во-вторых, увеличением углов между направлениями лучей, идущих от колечек к точке B , и направлениями нормалей к поверхности колечек. В результате линия, в которую переходит ломаная при неограниченном уменьшении ширины колечек, представляет собой медленно закручивающуюся спираль (рис. 8, а).

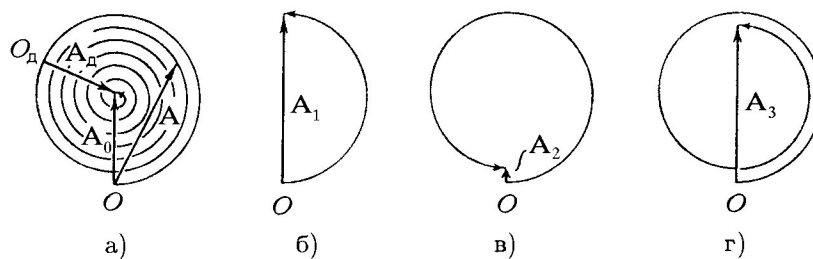


Рис. 8

Если учитываются колебания, приходящие в точку B только от первой зоны, то конец дуги спирали должен быть направлен противоположно ее началу. Векторная диаграмма в этом случае представляет собой полвитка спирали (рис. 8, б). Суммарное колебание, приходящее

от первой зоны, изображается вектором A_1 .

Расстояние M_2B больше расстояния M_0B на длину волны (см. рис. 5). Поэтому колебание, приходящее в точку B от границы между второй и третьей зонами, происходит в одной фазе с колебанием, приходящим от центра первой зоны. Следовательно, конец и начало части спирали, изображающей на векторной диаграмме колебания, приходящие в точку B от первой и второй зон вместе, должны иметь одинаковые направления. Эта часть спирали представляет собой один ее виток. Суммарное колебание изображается вектором A_2 , идущим от начала витка к его концу и имеющим весьма малую величину по сравнению с вектором A_1 (рис. 8, в).

Таким же способом можно прийти к выводу, что векторная диаграмма колебаний трех первых зон представляет собой полтора витка спирали и что суммарному колебанию в этом случае соответствует вектор A_3 , по величине мало уступающий вектору A_1 (рис. 8, г).

Продолжая эти рассуждения, легко заключить, что если принимается во внимание нечетное число зон, то амплитуда суммарного колебания получается большой, при четном же числе зон она оказывается маленькой. Однако по мере увеличения числа рассматриваемых зон эта разница постепенно сглаживается. В конце концов, если на пути света не имеется никаких препятствий, то суммарное колебание определяется вектором A_0 , проведенным от начала спирали O до ее асимптотической точки (рис. 8, а).

Обратим внимание на то, что при отсутствии препятствий на поверхности Σ помещаются сотни тысяч зон. Поэтому спираль содержит огромное число витков, расположенных гораздо теснее, чем это показано на рис. 8. Векторы, замыкающие полуцелое число витков спирали (A_1, A_3 и т.д.), даже если рассматривается первая сотня витков, практически равны между собой. Векторы же, замыкающие целое число витков (A_2, A_4 и т.д.), ничтожно малы. При этих условиях величина векторов A_1, A_3 и т.д. вдвое больше величины вектора A_0 .

Д и ф р а к ц и я н а к р у г л о м о т в е р с т и и. (Пусть имеется непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r . (Источник S , испускающий свет с длиной волны λ , и точка наблюдения B находятся на оси отверстия, т.е. на прямой, перпендикулярной плоскости экрана и проходящей через центр отверстия (рис. 9). Расстояния от источника до экрана и от экрана до точки B равны a и b соответственно. Изложенная выше теория дает возможность определить отношение интенсивности в точке B дифракционной картины, получающейся при

прохождении светом отверстия, к интенсивности, которая создается в точке B этим же источником, если экран убрать.

Возьмем в качестве вспомогательной поверхности Σ поверхность экрана и волновую поверхность, представляющую собой часть сферы

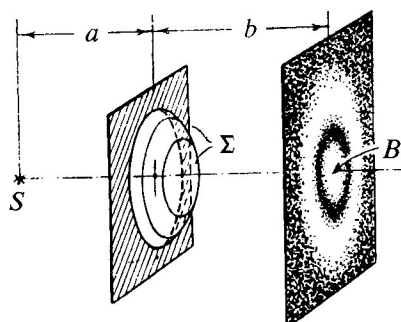


Рис. 9

с центром в точке S , опирающуюся на края отверстия. Поверхность экрана вкладывает в дифракционную картину, разумеется, не вносит. Вся интенсивность в точке B определяется амплитудой суммарного колебания, создаваемого в этой точке вторичными источниками, расположенными на сферической части поверхности Σ . Величину амплитуды

суммарного колебания можно найти при помощи векторной диаграммы, представленной на рис. 8, а. Для этого следует из формулы (7) определить число n зон Френеля, укладывающихся на сферической части поверхности Σ , ограниченной краями отверстия (число n может оказаться и нецелым). Далее нужно найти часть спирали, соответствующую этому числу зон и провести вектор A от начала спирали к концу этой части. Отношение $(A/A_0)^2$ даст искомое отношение интенсивностей. Нас интересует это отношение в тех случаях, когда число зон, укладывающихся в отверстии, невелико. В частности, если это число четное, то в точке интенсивность практически равна нулю — в центре дифракционной картины наблюдается темное пятно. При нечетном числе зон амплитуды суммарных колебаний имеют величину $A_1 \approx A_3 \approx A_5 \dots \approx 2A_0$, и, следовательно, интенсивность в точке B в четыре раза больше интенсивности в той же точке, если экран отсутствует. В этом случае в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно.

Нахождение интенсивности в точках дифракционной картины, лежащих в стороне от оси, весьма сложно. Здесь мы на этом останавливаться не будем¹. Опыт показывает, что вокруг точки B наблюдаются чередующиеся светлые и темные кольца, причем общее число колец, включая и центральное пятно, равно числу зон, укладывающихся в от-

¹ Качественное объяснение см., например, Д.В. Белов, Г.Б. Пустовалов. Краткий курс физики, ч. 1V Оптика, §14. Изд-во МГУ, 1982.

верстии. Например, на рис. 9 изображен случай, когда в отверстии укладываются три зоны. Если в отверстии укладывается одна зона или только часть зоны, то дифракционная картина имеет вид одного светлого пятна.

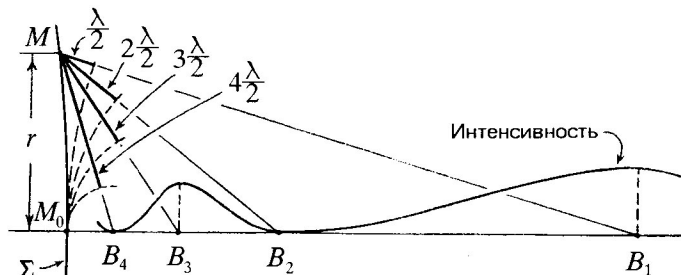


Рис. 10

Число зон, укладывающихся в отверстии, а, следовательно, и интенсивность в центре дифракционной картины можно изменять, увеличивая или уменьшая радиус отверстия. Однако этого можно добиться также, изменяя положение точки наблюдения на оси отверстия при неизменном его радиусе. Как видно из рис. 5, в отверстии укладывается столько зон, сколько раз половина длины волны содержится в разности расстояний от края отверстия до точки наблюдения и от центра первой зоны до этой точки. По мере приближения точки наблюдения к экрану с отверстием эта разность возрастает. На рис. 10 показаны точки B_1, B_2, B_3, B_4 , лежащие на оси отверстия, для которых открыты соответственно одна, две, три и четыре зоны Френеля. В точках, для которых открыто нечетное число зон (B_1, B_3) наблюдаются максимумы интенсивности, в точках же, для которых открыто четное число зон (B_2, B_4) — минимумы. Между этими точками интенсивность вдоль оси отверстия изменяется плавно, что качественно показано на рис. 10.

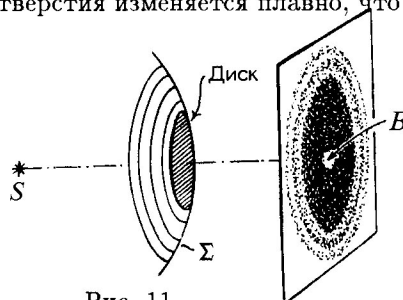


Рис. 11

Д и ф р а к ц и я н а к р у г л о м э к р а н е. Пусть круглый непрозрачный экран (диск) расположен так, что плоскость его перпендикулярна линии, проходящей через источник света S и точку наблюдения B , а центр находится на этой линии (рис. 11). На сферической волновой поверхности Σ диск закрывает центральную часть. Вторичные источники, расположенные на этой части поверхности, не вносят вклада в дифракционную картину. Поэтому на векторной диаграмме (рис. 8, а) должна отсутствовать некоторая начальная часть спирали, соответствующая закрытой части волновой поверхности. Замыкающий вектор A_D следует проводить уже не из точки O , а из некоторой точки O_D — нового начала спирали. Так как вся остальная часть волновой поверхности участвует в создании колебаний в точке B , то заканчивается замыкающий вектор в асимптотической точке спирали. При изменении радиуса диска начало O_D вектора A_D перемещается вдоль спирали, а конец остается на месте. Величина вектора A_D меняется при этом постепенно, не проходя через максимумы и минимумы, несмотря на разное число зон Френеля, закрываемых диском. Если закрыто не очень большое число зон, то величина вектора A_D практически равна величине вектора A_0 . Таким образом, в любом случае в центре тени диска имеется светлое пятно такой интенсивности, которая имеет место в этой точке, когда диск отсутствует. Называется оно *пятном Пуассона*. По краям тени наблюдается некоторое число размытых темных колец.

Рассмотренные выше случаи дифракции имеют следующую существенную особенность. Разности хода, которыми обусловлено распределение интенсивности в дифракционной картине, получаются из-за того, что сходящиеся к точке наблюдения от разных точек вспомогательной поверхности лучи имеют разную длину. Дифракция “в сходящихся лучах” называется *дифракцией Френеля*. Она наблюдается на сравнительно небольших расстояниях от препятствий.

Некоторые характерные черты рассмотренных выше дифракционных картин могут встретиться при дифракции Френеля и от препятствий другой формы. Например, при дифракции на узкой щели в непрозрачном экране дифракционная картина имеет вид светлых и темных полос, расположенных вдоль щели, причем в центре лежит в зависимости от ширины щели и расстояния до нее либо светлая, либо темная полоса. Если препятствие имеет вид узкой непрозрачной ленты, то в середине тени обнаруживается светлая полоса, аналог пятна Пуассона.

Лабораторная работа И-1
Определение преломляющего угла бипризмы Френеля с помощью интерференции

Целью работы является вычисление на основе интерференционных законов преломляющего угла бипризмы Френеля.

Перед работой следует изучить §124 “Элементарного учебника физики”, т. III под ред. Ландсберга (изд. 1995 г., §§18, 19, 31, книги Дмитриева М.Н. “Волны” или §§57.5, 61.5–61.7 учебника “Основы физики” под редакцией Пинского А. А. (изд. 1995 г.)).

При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. Каково расстояние между эффективно интерферирующими источниками в опыте с бипризмой: пояснить качественно.
2. Почему преломляющие углы бипризмы делаются небольшими (около 1°).
3. От чего зависит контрастность интерференционной картины в опыте с бипризмой.

Теоретическое введение

Как известно из опыта Юнга, расстояние между соседними максимумами (или, что то же, минимумами) задается выражением:

$$\Delta y = \frac{D}{l} \lambda, \quad (1)$$

где D — расстояние от источников до плоскости наблюдения интерференции, l — расстояние между источниками S_1 и S_2 , λ — длина волны света.

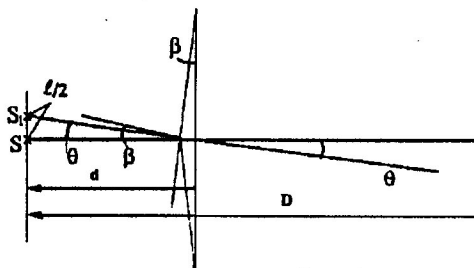


Рис. 1

При наблюдении интерференции с помощью бипризмы Френеля источник эффективно представляется в виде двух мнимых, расположенных на расстоянии l друг от друга. Когда преломляющий угол бипризмы β мал, S_1 и S_2 практически лежат в одной вертикальной плоскости вместе с источником S . В данной работе в качестве последнего используется узкая щель (Рис. 1).

Выведем формулу зависимости l от угла бипризмы β .

На рисунке изображен источник излучения S , удаленный от бипризмы на расстояние d и от плоскости наблюдения — на расстояние D . Математический луч, падающий на край ребра бипризмы чуть сверху, преломляется на двух гранях по закону преломления и выходит из бипризмы под углом θ (Рис. 1а): $\sin \beta = n \sin \beta'$, β' — угол преломления на 1-й грани.

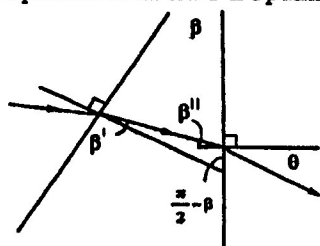


Рис. 1а

Угол падения 2-ю грань β'' вычисляется исходя из треугольника (рис. 1а)

$$\beta' + \left(\beta'' + \frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \pi$$

$$\beta'' = \beta - \beta'.$$

Далее,

$$n \sin \beta'' = n \sin(\beta - \beta') = \sin \theta.$$

Поскольку все углы малы, то $\sin \alpha \sim \alpha$ и

$$\beta = n\beta', n(\beta - \beta') = \theta$$

$$n \left(\beta - \frac{\beta}{n}\right) = \beta(n - 1) = \theta \quad (2)$$

Таким образом, математический луч источника S , падающий на ребро бипризмы сверху, отклонится вниз на угол θ от оси, определяемый формулой (2). Если рассмотреть узкий физический пучок, падающий на бипризму под малым углом, то после бипризмы с достаточной точностью он отклонится от оси вниз на средний угол θ из формулы (2). Продолжив этот пучок против движения луча в сторону источника, мы получим мнимый источник S_1 , образующийся в результате преломления на верхней половине бипризмы и находящийся на расстоянии $l/2$ от источника S в плоскости, перпендикулярной оси (Рис 1):

$$\frac{l}{2} = d \operatorname{tg} \theta \approx d \cdot \theta = d\beta(n - 1)$$

Аналогичное построение приводит ко 2-му мнимому источнику. Расстояние между мнимыми источниками определяется:

$$l = 2d\beta(n - 1) \quad (3)$$

Подставляя в () l из () имеем для преломляющего угла бипризмы:

$$\beta = \frac{D\lambda}{2d(n-1)\Delta y} \quad (4)$$

Эта формула является рабочей в эксперименте. Здесь, длина волны света лазера $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$ ($1 \text{ мкм} = 10^{-3} \text{ мм}$), $n=1,45735$ (показатель преломления кварцевого стекла на данной длине волны), D , d , Δy — измеряются в эксперименте. Задание состоит в вычислении преломляющего луча β .

Описание экспериментальной установки

Лабораторная работа проводится на установке, схематически изображенной на (Рис. 2).

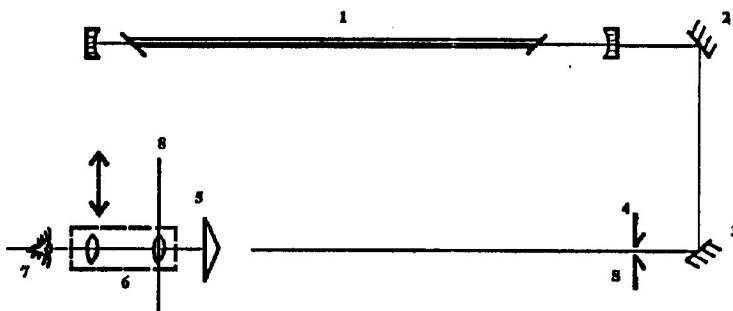


Рис. 2

Монохроматическое излучение лазера 1 поворачивается двумя зеркалами 2, 3 и падает на щель 4. Дифрагированное излучение падает на бипризму 5, ребро которой с большой точностью параллельно щели. Интерференционная картина в плоскости 8 наблюдается в микроскоп 6 глазом 7. Микроскоп снабжен микрометрической подвижкой с отсчетной шкалой точности 0,1 мм, позволяющей перемещать ось микроскопа поперек оптической оси, т. е. перпендикулярно ребру бипризмы. Щель снабжена винтом, регулирующим ее ширину, и подвижкой, позволяющей изменять направление щели относительно ребра бипризмы. Последнее используется для юстировки щели относительно ребра бипризмы, т. е. для выставления их параллельно друг другу.

Следует особо отметить, что при работе с лазерами нельзя пытаться смотреть на прямой или отраженный лучи: это может привести к повреждению зрения.

Порядок выполнения работы

1. Не трогая других элементов схемы, медленно и аккуратно сужают щель до такой ширины, чтобы появилась интерференция, наблюдаемая в микроскоп. Медленно поворачивая щель с помощью угловой подвижки, добиваются максимального контраста картинки выставлением щели параллельно ребру бипризмы.
2. Измеряют расстояние Δu между интерференционными полосами. Для этого, вращая медленно заднюю ручку микрометрической подвижки поперечного перемещения и смотря в окуляр микроскопа, наводят перекрестия нитей, находящиеся в поле зрения, на одну из темных полос вблизи края интерференционной картины и *делают отсчет* по микрометрической линейке с точностью 0,1 мм. Далее, смотря в окуляр, плавно, с непрерывным усилием поворачивают указанную ручку, перемещаясь на другой край картины, быстро считая число темных полос, прошедших через перекрестие нитей; их должно быть не менее 50. Здесь *делается второй отсчет*. Разница в отсчетах, поделенная на число полос, дает величину Δu . Оба отсчета производятся при движении ручки в одну и ту же сторону, чтобы избежать ошибки люфта (изменения показаний линейки без фактического перемещения оси микроскопа). Измерения проводятся не менее 5-ти раз, и берется средний результат.
3. Измеряется рулеткой расстояние d от переднего ребра бипризмы до щели.
4. Измеряется расстояние D от плоскости наблюдения интерференционной картины (носик микрообъектива) до щели (т. е. до мнимых источников S_1 и S_2). Чтобы провести измерение, необходимо аккуратно снять оправу с бипризмой, стоящую между микроскопом и щелью.
5. По рабочей формуле () вычисляют величину β , подставляя средние значения измеренных величин и соблюдая правила обработки вычислений (см. методическое пособие по оформлению лабораторных работ).
6. Вычисляется относительная погрешность измерений по форму-

лам:

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{\Delta n^{(1)}}{n} + \frac{\Delta\lambda^{(1)}}{\lambda} + \frac{\Delta(\Delta y)}{\Delta y_{cp}} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta d}{d}$$

$$\Delta y_{cp} = \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{|y_1 - y_2|_i}{M_i},$$

где $y_{1,2}$ — отсчеты метрической линейки на концах интерференционной картины; M_i — число просканированных полос в измерении с номером i ; N — общее число сканирований (измерений двух крайних отсчетов);

$$\Delta(\Delta y) = \frac{1}{N} \sum_i^N (\Delta y_{cp} - \Delta y_i) + \frac{\text{цена деления}(0,1 \text{ мм})}{M_i}$$

7. Вычислить абсолютную погрешность измерения угла бипризмы $\Delta\beta$. Окончательный результат записать в виде:

$$\beta = \beta_{cp} \pm \Delta\beta[\text{радиан}];$$

перевести радианы в градусы и минуты, имея в виду, что $1'(\text{минута})=2,909 \cdot 10^{-4} \text{рад}(\text{радиан})$.

¹⁾ абсолютная погрешность показателя преломления n и длины волны λ определяется единицей последнего знака после запятой.

Лабораторная работа И-2
Определение длины волны источника монохроматического излучения с помощью колец равного наклона

Целью работы является демонстрация интерференции с помощью колец равного наклона и вычисление длины волны излучения лазера. Перед выполнением необходимо прочесть §124–5 “Элементарного учебника физики”, т. III под редакцией Ландсберга (изд. 1995 г.), §20 из книги М.Н.Дмитриева “Волны”.

При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. Что такое полосы (кольца) равного наклона и как их наблюдать.
2. Почему в опыте используются пластинка с параллельными сторонами.
3. В чем состоит метод парных точек при обработке графика

Теоретическое описание и экспериментальная установка

Высокая степень монохроматичности когерентных источников излучения — лазеров — дает возможность наблюдать интерференцию световых волн при большой разности хода, а не только в тонких пленках. При падении монохроматического расходящегося пучка света на прозрачную плоско-параллельную пластинку происходит отражение от обеих поверхностей пластинки. В результате, возникающие при этом когерентные лучи могут интерферировать с образованием системы полос интенсивности.

Можно показать, что условия минимумов интенсивности света задаются углами i (рис. 1) из формулы:

$$2h(n^2 - \sin^2 i)^{1/2} = k\lambda \quad (1)$$

где: h — постоянная толщина плоско-параллельной пластины, n — ее показатель преломления, i — угол падения света на пластину, k — целое число, характеризующее порядок интерференции, λ — длина волны лазера. Видно, что для монохроматического света заданной длины волны λ , порядок интерференции зависит только от наклона лучей i . Поэтому интерференционную картину, образованную отраженными от граней плоско-параллельной пластины называют *полосами равного наклона*.

С уменьшением угла падения i порядок минимума интерференции k увеличивается, а при $i \rightarrow 0$, т. е. вблизи центра интерференционной картины, эта величина достигает максимума, равного k_0 , и:

$$2hn = k_0\lambda \quad (2)$$

Для порядка минимума интерференции вместо k удобно ввести величину $(k_0 - k')$, где k' принимает значения 1, 2, 3... Тогда формула (2) запишется как

$$2h(n^2 - \sin^2 i)^{1/2} = (k_0 - k')\lambda \quad (3)$$

где k' — номер минимума, отсчитанный из центра интерференционной картины. Рассмотрим плоскопараллельную пластину, освещенную расходящимся лазерным пучком света, полученным с помощью фокусировки микрообъективом Л света лазера (рис. 1); фокус микрообъектива совпадает с малым отверстием О экрана Э.

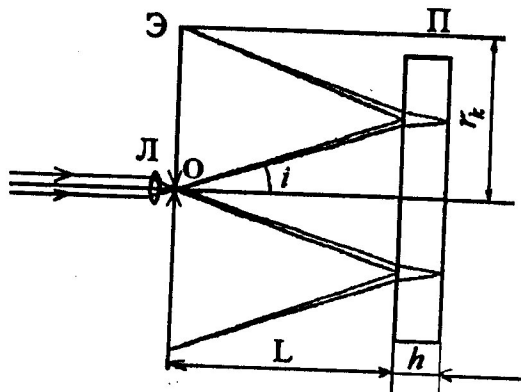


Рис. 1

Лучи, отраженные от передней и задней плоскости плоскопараллельной кварцевой пластинки П, интерферируют и образуют на экране Э систему концентрических темных и светлых полос (кольца равного наклона). Здесь физические узкие пучки лучей образуют интерференционную картину на далеко отстоящем экране, $\sin i \sim \operatorname{tg} i \sim i$.

Радиусы темных колец r_k легко вычислить в приближении ($h, r_k \ll L$), что было уже оговорено:

$$\sin i \cong \operatorname{tg} i = \frac{r_k/2}{L}. \quad (4)$$

Далее поделим (3) на (2):

$$\frac{(n^2 - \sin^2 i)^{1/2}}{n} = \left(1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 i\right)^{1/2} = 1 - \frac{k'}{k_0} = 1 - \frac{k' \lambda}{2nh}. \quad (5)$$

Поскольку угол i мал, то:

$$\left(1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 i\right)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2n^2} \sin^2 i.$$

Подставив последнее выражение в (5) и заменив $\sin^2 i$ на $\frac{D_k^2}{4L^2}$, где $D_k = 2r_k$, получим:

$$\frac{D_k^2}{L^2} = \frac{16k'n\lambda}{h} \quad (6)$$

Из этой формулы, если нам известны величины L , k' , D_k , n и h , можно легко вычислить длину волны света лазера λ .

Порядок выполнения работы

Внимание, при работе с лазерным излучением нельзя пытаться смотреть на прямой лазерный луч или его отражения (блики), т. к. это может повлечь за собой повреждение зрения.

1. Ознакомившись с элементами и работой всех узлов установки, с помощью лаборанта или преподавателя включают лазер.
2. Из пучка лазера убирается микрообъектив Л и экран Э и пластину П ориентируют перпендикулярно направлению пучка света так, чтобы отраженный от пластины луч попал в центр выходного отверстия лазера.
3. В пучок вводят микрообъектив и экран тщательно центрируют относительно луча. При этом на экране должна появиться система концентрических колец, центр которых, в идеале, должен совпадать с центром отверстия на экране (но не обязательно); тщательно совместить центр круговой картины интерференции с центром концентрической линейки. Измеряют линейкой или рулеткой L , расстояние от пластины до экрана (трижды).
4. Производят измерения I и II, диаметров темных колец (поскольку они лучше фиксируются глазом), не менее 10-ти, в двух взаимно

перпендикулярных направлениях и результаты заносятся в протокол в виде таблицы:

$$(n) = 1.51424$$

$$(h) = 9.9\text{мм}$$

$$(L) = (\text{измеряется в процессе работы})$$

номер колец k'	Направление		$(D_k)_{cp}$	$(D_k)_{cp}^2$
	I	II		
1				
2				
3				
.				
.				
.				

На самом деле, мы можем точно знать номер k' только в том случае, когда толщина пластины h точно удовлетворяет (2) для некоторого k_0 , т.е. в центре картинке соблюдается условие минимума. В противном случае, что наблюдается в центре сказать определенно нельзя. Поэтому использовать (6) для вычисления λ не вполне корректно. Чтобы избежать этого, запишем (6) в виде:

$$(D_k)^2 = \frac{16nL^2\lambda}{h}k' \quad (7)$$

откуда видно, что если построить график зависимости (D_k^2) от k' , то он будет иметь вид прямой, причем эта прямая не обязательно пройдет через начало координат. Из тангенса угла наклона α можно вычислить длину волны λ :

$$\lambda = \frac{h}{16nL^2}\alpha \quad (8)$$

Обработка результатов измерений.

1. Находят среднее значение диаметра каждого темного кольца D_k и $(D_k)^2$, в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Эта серия измерений проводится 3 раза.

2. Для максимального кольца проводится оценочный расчет длины волны λ по формуле (6).

3. Строят график зависимости $(D_k)_{cp}^2 = f(k')$. Этот график, согласно (7), должен иметь вид прямой.

4. Вычисляется тангенс угла наклона этой прямой α и его ошибку $\Delta\alpha$. Для этого пользуются методом парных точек, который состоит в следующем. Этот метод оказывается вполне удовлетворительным, когда значения аргумента x (в данном случае k') эквидистантны.

Пусть у нас имеются 10 точек на графике $y = f(x)$, лежащих приблизительно на одной прямой. Пронумеруем точки по порядку от 1 до 10. Возьмем пары точек 1 и 5, 2 и 6 ... 5 и 10, найдем для каждой пары значение тангенса наклона:

$$\alpha_1 = \frac{y_5 - y_1}{x_5 - x_1}$$

$$\alpha_2 = \frac{y_6 - y_2}{x_6 - x_2}$$

...

...

$$\alpha_6 = \frac{y_{10} - y_6}{x_{10} - x_6}$$

В качестве наилучшего значения выберем средне-арифметическое и найдем его средне-квадратическое отклонение:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \dots + \alpha_6}{6}$$

$$\Delta\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (\Delta\alpha_i)^2}{(6-1)}}, \quad \Delta\alpha_i = [\bar{\alpha} - \alpha_i]$$

5. По известным n , L , h и вычисленному значению тангенса $\bar{\alpha}$ из формулы (8) вычисляют длину волны света лазера λ .

6. Определяют относительную ошибку измерений λ :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta h^{(1)}}{h} + \frac{\Delta n^{(1)}}{n} + 2 \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

где: ΔL складывается из средне-арифметической ошибки измерений и цены деления рулетки (0.5 мм), используя известные и измеренные величины $h, n, \bar{L}, \bar{\alpha}$.

7. Зная численные значения длины волны λ и ее относительной ошибки $\delta\lambda/\lambda$, вычисляют абсолютную погрешность $\Delta\lambda$ и записывают конечный результат в виде $\lambda \pm \Delta\lambda$, (мкм) или (\AA).

¹⁾ Абсолютная погрешность толщины пластины h и показателя преломления n определяется половиной единицы последнего знака после запятой.

Лабораторная работа И-3 Интерференционный опыт Юнга

Целью работы является вычисление расстояния между щелями в опыте Юнга.

Перед выполнением необходимо прочесть §124 “Элементарного учебника физики”, т. III под редакцией Ландсберга (изд. 1995 г.); §§18,19,31 из книги М.Н.Дмитриева “Волны”; §§57.5, 61.7 учебника “Основы физики” под редакцией А.А.Пивского (изд. 1995 г.). При подготовке условия надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. Каковы условия наблюдения интерференционных полос в опыте Юнга?

2. На основе элементарных волновых соображений вывести условия максимума (светлой полосы) и минимума (темной полосы).

Описание экспериментальной установки.

Поперечное поле светового лазерного пучка (1) формируется диафрагмой (2), и свет, дифрагируя на двух параллельных щелях (3) с расстоянием l между ними, даёт интерференционную картину на экране (4), удаленном от щелей на расстояние D .

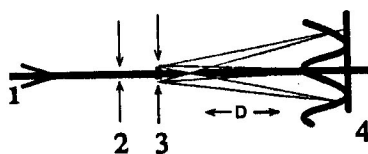


Рис. 1

Эксперимент

Следует иметь в виду, что

1. Попадание в глаз прямого лазерного луча опасно для зрения;
2. Лазер работает при анодном напряжении свыше 3 кВ, поэтому включение производится только преподавателем или лаборантом;
3. Изменения схемы в отсутствие преподавателя недопустимы.

На посадочное место (3) устанавливается слайд со щелями.

Эксперимент проводится так же, как и при изучении дифракции Фраунгофера на щели.

Включается микроамперметр. Переключатель рода работ ставится в положение "Шунт". Перед измерением на выбранной шкале проводится установка нуля при закрытом от лазерного излучения фотоэлементе; для этого служит ручка "Установка нуля", укрепленная сбоку корпуса микроамперметра. Измерение формы полос интерференции проводится в широком диапазоне интенсивностей, измеряемых при различных положениях ручки наружного шунта. Для каждого положения проверяется и устанавливается ноль-отсчет.

Под действием света, падающего на фотоэлемент, в нем возникает электрический ток, сила которого пропорциональна интенсивности света. В свою очередь, показания микроамперметра пропорциональны току, и, таким образом, интенсивности.

С помощью микрометрической подвижки, выставляют фотоэлемент на одном из предельных отсчетов микрометрического винта поперечной подачи относительно луча света. Осторожно подавая винт в направлении центра и далее к противоположному предельному отсчету винта, снимают показания микроамперметра. Особенно тщательно следует проходить максимумы. Сделать три полных прохода¹⁾. Результаты измерений заносятся в таблицу:

Отсчет z положения фотоэлемента			отсчет по шкале микроамперметра I мкА			предельное значение шкалы, задаваемое положением шунта
1 проход	2 проход	3 проход	1 отсчет	2 отсчет	3 отсчет	

Записать точности измерений микрометрического винта, а также класс точности последнего. Оценить погрешности и нанести их на графики (см. ниже)

Обработка результатов эксперимента

- 1) На большом листе миллиметровой бумаги (40 × 40) строят график распределения интенсивности в картине интерференции, от-

¹⁾ При подаче винта крутить следует только в одну сторону в избежании ошибки люфта, свободного хода подвижки. Первый отсчет делается после того, как вращением винта в сторону основного движения выбран люфт.

кладывая по оси абсцисс отсчеты x положения микрометрического винта в масштабе 1 : 20, а по оси ординат — отклонения микроамперметра в масштабе, удобном для нанесения максимального отсчета.

- 2) Находят по графику расстояния Δy между соседними максимумами. Для этого измеряют наибольшее расстояние между правым и левым симметричными максимумами $\Delta y_{\text{изм.}}$ и делят это расстояние на число задействованных максимумов минус единицу.
- 3) Измеряют расстояние D между плоскостью щелей и фотоэлементом (3 раза).
- 4) Как следует из теории опыта Юнга, расстояние между симметричными максимумами:

$$\Delta y = D\lambda/l$$

и, таким образом

$$l = D\lambda/\Delta y.$$

По этой рабочей формуле вычисляют расстояния между щелями l , используя известную длину волны генерации HE – NE лазера $\lambda = 6328\text{Å}$.

- 5) Оценивают ошибку измерения и вычисления:
относительная ошибка искомой величины —

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta \lambda^2}{\lambda} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta(\Delta y)}{\Delta y_{\text{изм.}}}$$

где: ΔD складывается из средне-арифметической ошибки измерений и цены деления рулетки (0.5 мм); D — средне-арифметическое значение; $\Delta(\Delta y)$ — ошибка положения максимумов в пределах ошибки отсчета тока в максимуме (определяется по графику). Неточность отсчета тока складывается из случайной ошибки измерений и цены деления (0.5 дел.); абсолютная ошибка —

$$\Delta l = \left(\frac{\Delta l}{l} \right) l,$$

²⁾ Ошибка длины волны λ задается последним знаком числа, т. е. 0.5Å

т. е. вычисляется умножением найденной относительной ошибки на вычисленную из рабочей формулы величину l .

б) Результат приводится в виде:

$$l = l \pm \Delta l(\text{мм}) \quad (\text{или в мкм.})$$

Лабораторная работа D-1

Дифракция Фраунгофера на щели с помощью лазера

Для ознакомления с теорией необходимо прочесть §§129, 131–133 “Элементарного учебника физики”, т. III под ред. Ландсберга (изд. 1995 г.); §§22–28 книги М. Н. Дмитриева “Волны” или §§49.6, 57.6, 57.9 учебника “Основы физики” под ред. А. А. Пинского (изд. 1995 г.).

Целью работы является получение и исследование кривой распределения интенсивности света в дифракционной картине от одной щели в схеме дифракции Фраунгофера с использованием в качестве источника света гелий-неоновый газовый лазер.

При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. В чем суть метода векторных диаграмм, который используется для описания дифракции и интерференции?
2. Как описывается условие максимумов в дифракционной картине с помощью этого метода?
3. Какова ширина дифракционной полосы нулевого порядка (центральной полосы) при дифракции на щели?

Отношения интенсивностей в максимумах дифракционной картины при дифракции Фраунгофера на щели

Для установления соотношений между интенсивностями в максимумах дифракционной картины обратимся к методу векторных диаграмм. Разобьем на узкие полоски одинаковой ширины зоны Френеля, построенные на вспомогательной поверхности Σ , лежащей в плоскости щели. В центр дифракционной картины колебания от всех полосок приходят в одной фазе. Поэтому векторы, изображающие эти колебания, имеют одинаковые направления. Сумма их представляет прямую линию, длина которой равна амплитуде A_0 колебаний в центральном максимуме (рис. 1, а).

В точку наблюдения, несколько удаленную от центра экрана, колебания от любых соседних полосок приходят с одинаковым запаздыванием по фазе относительно друг друга. Поэтому векторы, изображающие такие колебания, повернуты по отношению друг к другу на один и тот же угол. Если ширину полосок устремить к нулю, то цепочка из векторов превращается в плавную кривую, представляющую собой дугу окружности длины A_0 (рис. 1, б).

В том случае, когда выполняется условие n -го максимума (открыто нечетное число $(2n+1)$ зон Френеля), кривая состоит из стольких полуокружностей, сколько открыто зон. Амплитуда A_n результирующего колебания в этом случае равна диаметру этих полуокружностей (рис. 1, в).

Величина диаметра связана с суммарной длиной всех полуокружностей соотношением

$$\pi \frac{A_n}{2} = \frac{A_0}{2n+1}.$$

Таким образом, отношение амплитуды колебания в центральном максимуме к амплитуде колебания в n -м максимуме равно $\frac{A_0}{A_n} = \frac{2n+1}{2} \pi$, а отношение интенсивностей в них

$$\frac{I_0}{I_n} = \left(\frac{A_0}{A_n} \right)^2 = \left(\frac{2n+1}{2} \cdot \pi \right)^2. \quad \text{Рис. 1} \quad (1)$$

Следует, однако иметь в виду, что полученная при помощи зон Френеля формула (??) дает значения, несколько отличные от значений, найденных при расчетах более точными методами.

Описание экспериментальной установки

Оптическая схема изображена на рис. 2

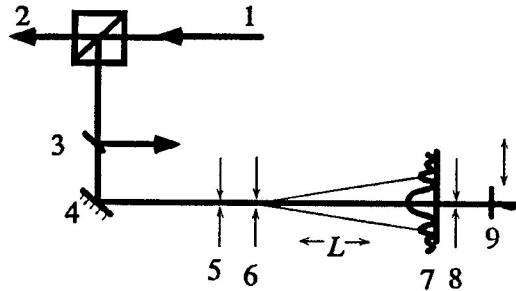


Рис. 2

Излучение He-Ne лазера 1 делится на светоделительном кубике 2, стеклянной пластине 3 и отражается металлическим зеркалом 4 в рабочее плечо схемы¹⁾. Световое поле в поперечном сечении формируется диафрагмой 5, и свет, дифрагируя на щели 6 шириной b , на расстоянии L в плоскости 7 создает дифракционную картину Фраунгофера (расстояние от щели до экрана наблюдения $L \gg$ ширины щели b). Щелевая диафрагма 8 вырезает узкую полоску дифракционного поля, мощность которой регистрируется селеновым фотоэлементом 9, укрепленном на микрометрическом столике, и микроамперметром.

Эксперимент

Следует иметь в виду, что

1. Попадание в глаз прямого лазерного луча опасно для зрения.
2. Лазер работает при анодном напряжении свыше 3kV, поэтому включение лазера производится только преподавателем или лаборантом.
3. Изменения в схеме в отсутствие преподавателя недопустимы.

Включается микроамперметр. Переключатель рода работ на его корпусе устанавливается в положение "Шунт". Перед измерением на выбранной шкале проводится установка нуля при закрытом от лазерного излучения фотоэлементе; для этого служит ручка "Уст. нуля", укрепленная сбоку корпуса микроамперметра. Измерение формы дифракционной картины проводится в широком диапазоне интенсивностей, измеряемых при различных положениях ручки наружного шунта. Для каждого положения проверяется и устанавливается ноль-отсчет.

Под действием света, падающего на фотоэлемент, в нем возникает электрический ток, сила которого пропорциональна интенсивности света. В свою очередь, показания микроамперметра пропорциональны току и, таким образом, интенсивности.

С помощью микрометрической подвижки выставляют фотоэлемент так, чтобы регистрируемый свет давал отсчет на самой чувствительной шкале ($0,1 \mu a$), не меньше 5 делений. Затем, двигаясь в направлении центра дифракционной картины, снимают показания микроамперметра. Особо тщательно, с мелким шагом, следует проходить минимумы и максимумы картины. Сделать три полных прохода. В каждом

¹⁾ Возможны несущественные модификации схемы

проходе микрометрическая подвижка должна вращаться только в одну сторону, чтобы избежать ошибки из-за свободного хода, т. е. люфта. Первый отсчет делается после того, как величина угла вращения превысила люфт.

Внимание: показания микроамперметра не должны превышать предельное значение; в противном случае прибор надолго выходит из строя!

Результаты измерений заносятся в таблицу:

Отсчет x положения фотоэлемента, мм			отсчет по шкале микроамперметра I мка			предельное значение шкалы, задаваемое положением шунта
1 проход	2 проход	3 проход	1 отсч.	2 отсч.	3 отсч.	

Записать ошибки измерений микрометрического винта по цене деления и отсчета микроамперметра по классу точности последнего. Эти погрешности нанести на графике (см. ниже).

Обработка результатов измерений

1. На большом листе миллиметровой бумаги (40×40) строят графики распределения интенсивности в дифракционной картине, откладывая по оси абсцисс отсчеты x положения микрометрического винта, а по оси ординат — отклонения микроамперметра в масштабах, удобных для нанесения максимального отсчета.
2. Находят по графику расстояния Δx между соседними минимумами. Для этого измеряют расстояние $\Delta x_{\text{измер}}$ между правым и левым симметричными минимумами наибольшего порядка n и делят это расстояние на $(2n - 1)$, ($n = \pm 1$) соответствуют 1-ым минимумам вокруг центральной полосы.
3. Измеряют расстояние L между щелью и плоскостью на фотоэлементе (3 раза).

- Снимают с графика значение интенсивностей $I_0, I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ в максимумах (для всех максимумов, кроме нулевого, определяют среднее значение интенсивности правого и левого максимумов одного порядка). Находят отношение интенсивностей $I_0/I_1, I_0/I_2, I_0/I_3, \dots$ и сопоставляют их со значениями, найденными с помощью формулы (??); заносят в таблицу и сравнивают с теоретическими расчётами (см табл. 1).
- Из теории следует, что расстояние между соседними минимумами (разность отсчётов $x_{(min)}$ при измерении порядка n на 1

$$\Delta x_{(min)} = L\lambda/b$$

и ширина щели,

$$b = L\lambda/\Delta x_{(min)} \quad (2)$$

По этой формуле вычисляют ширину щели, используя известную длину волны генерации HE-NE лазера.

$$\lambda = 6328\text{Å}^2)$$

- Оценивают ошибку измерения и вычисления. Для этого вычисляют относительную ошибку измерений

$$\frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta \lambda^3}{\lambda} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\delta(\Delta x_{(min)})^4}{\Delta x_{изм}}$$

- Сопоставляют экспериментально полученное значение ширины щели со значением, установленным с помощью микрометрического винта.

²⁾ $\text{Å} = 10^{-8}$ см.

³⁾ Абсолютная ошибка длины волны $\Delta \lambda$ определяется единицей последнего знака, т. е. здесь $\Delta \lambda = 0.5\text{Å}$

⁴⁾ Поскольку мы измеряем расстояние между максимально далекими минимумами, то в формуле (3) в качестве $\Delta x_{изм}$ входит именно это расстояние; таким образом, $\delta(\Delta x_{(min)})/\Delta x_{изм}$ уменьшается в $(2n - 1)$ раза.

Лабораторная работа D-2
Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке и
простейших периодических структурах

Целью работы является изучение дифракции Фраунгофера на периодических структурах.

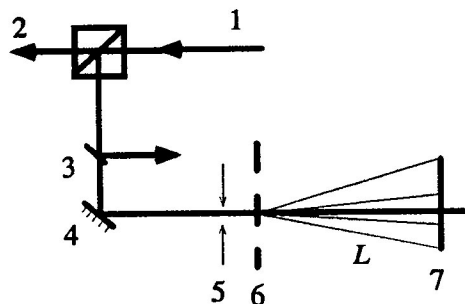
Перед выполнением работы необходимо прочесть §§135 “Элементарного учебника физики”, т. III под ред. Ландсберга (изд. 1995); §21 книги М. Н. Дмитриева “Волны”; или §§57.6, 57.7, 62.2 учебника “Основы физики” под ред. А. А. Пинского (изд. 1995 г.).

При подготовке проверьте себя, ответив на следующие вопросы:

1. Вывести условия максимумов дифракции.
2. Что будет происходить с дифракционной картиной, если бесконечно увеличивать размер решетки при неизменном периоде решетки?
3. Что такое перекрытие порядков и как это сказывается на дифракции света с широким спектром?

Описание экспериментальной установки

Оптическая схема:



Излучение НЕ-НЕ лазера (1) делится на светоделительном кубике (2), стеклянной пластине (3) и отражается металлическим зеркалом (4) в рабочее плечо схемы¹⁾. Поперечное поле светового пучка формируется диафрагмой (5), и свет, дифрагируя на дифракционной решетке (6) (или другой периодической структуре), проектируется на экран

¹⁾ Возможны несущественные модификации схемы

(7) в виде различных порядков дифракции. Линейная шкала экрана служит для измерения отклонения лучей.

Эксперимент

Следует иметь в виду, что:

1. попадание в глаз прямого лазерного луча опасно для зрения,
2. лазер работает при анодном напряжении свыше 3 кВ, поэтому включение его производится только преподавателем или лаборантом,
3. изменения схемы в отсутствии преподавателя недопустимы.

Ставят в оправу 6 решетку с неизвестным периодом и измеряют линейное положение x первых трех дифракционных порядков справа и слева от центрального максимума²⁾ Результаты измерений записывают в таблицу

порядок максимума	x (мм)		$x = x_{\text{лев}} - x_{\text{пр}} /2$	d (мм)
	слева	справа		
n				
2				
3				

Измеряется расстояние от решетки до экрана L (три раза).

Вычисление периода решетки d проводится по рабочей формуле

$$d = Ln\lambda/x, \quad (1)$$

которая справедлива для малых углов ϕ ($\sin \phi \approx \text{tg } \phi$), длина волны света He-Ne лазера $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ³⁾, n — порядок максимума.

1. Вычисляется относительная ошибка периода решетки

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta \lambda^4}{\lambda} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta x}{x} \quad (5)$$

²⁾ Для повышения точности измерений диафрагма 5 должна быть минимальной.

³⁾ $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см}$.

значения ΔL и Δx складываются из цены деления рулетки (линейки) (0.5 мм) и ошибок измерений.

2. По вычисленному из рабочей формулы (1) значению периода решетки d и $\frac{\Delta d}{d}$ из (2) находят абсолютную ошибку Δd .

3. Результат записывается в виде:

$$d = d_{\text{ср}} \pm \Delta d \text{ (мм) или (мкм)}$$

4. Ставят в оправу 6 другую периодическую структуру с неизвестным периодом. Какие можно сделать заключения о периодической структуре по двумерной дифракционной картине? Взять в качестве примера имеющиеся образцы.

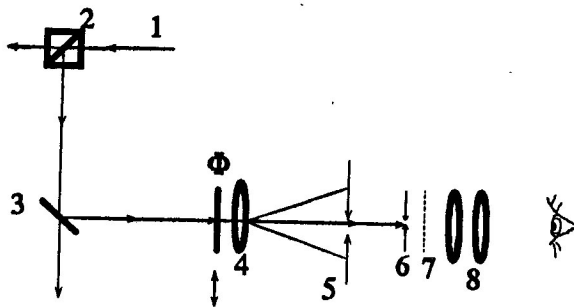
³⁾ Абсолютная ошибка длины волны $\Delta \lambda$ определяется единицей последнего знака, т. е. здесь $\Delta \lambda = 0.5 \text{ \AA}$.

Лабораторная работа D-3 Изучение дифракции Френеля

Целью работы является изучение дифракции Френеля, т. е. дифракции в сходящихся пучках света (в ближнем поле).

Перед работой необходимо прочесть теорию §§129, 131–133 “Элементарного учебника физики”, т. III под редакцией Ландсберга (изд. 1995 г.); §34 “Физика” под ред. А. А. Пинского, уч. 11 кл (изд. 1995).

Описание экспериментальной установки



Излучение He-Ne лазера 1 делится на светоделительном кубике 2 и отражается от стеклянной пластины 3 в рабочее плечо схемы. Поперечное поле пучка света разгоняется линзой 4 и формируется диафрагмой 5 на экране 6 (объект дифракции). Плоскость наблюдения 7 фиксируется окуляром 8 с большим угловым увеличением. Наблюдение дифракционной картины ведется через окуляр. Светофильтр Φ ослабляет пучок для безопасного наблюдения.

Эксперимент

Следует иметь в виду, что

1. Попадание в глаз прямого лазерного луча опасно для зрения.
2. Лазер работает при анодном напряжении свыше 3 kV, поэтому включение лазера производится только преподавателем или лаборантом.
3. Изменения в оптической схеме в отсутствие преподавателя недопустимы.

В качестве объектов дифракции, последовательно устанавливаются экраны б: экран с круглым отверстием, с круглым препятствием, со щелью переменной ширины, с нитью.

1. Экран с круглым отверстием.

Аккуратно и медленно двигая окуляр 8 в сторону удаления от отверстия, наблюдают изменения в дифракционной картине. Зарисовать два типа картин и объяснить чередование темных и светлых колец в центре картины, применяя метод построения зон Френеля (§133).

2. Экран с круглым препятствием.

Зарисовать и объяснить возникновение светлого пятна в области геометрической тени.

3. Щель.

При фиксированном положении окуляра 8 наблюдать и суметь объяснить изменение дифракционной картины при изменении ширины щели. Затем двигая окуляр, наблюдать, зарисовать и суметь объяснить изменения картины дифракции в этом случае.

4. Экран с нитью на щели.

Наблюдать, зарисовать и объяснить дифракционную картину.

Лабораторная работа П-1
Изучение двулучепреломления кристаллов. Закон Малю.
Анализ линейно поляризованного света.

Целью работы является демонстрация двулучепреломления и закона Малю в кристалле исландского шпата природной формы (часть I), а также применение этого закона при анализе линейно поляризованного света (часть II).

Перед работой необходимо прочитать §148 “Элементарного учебника физики” т. III под ред. Ландсберга (изд. 1995), а также теорию двулучепреломления в настоящем пособии или §§64.1–64.6 учебника “Основы физики” под ред. А. А. Пинского (изд. 1995 г.)

При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. что такое оптическая ось и главное сечение кристалла?
2. в какой плоскости колеблется электрический вектор обыкновенной и необыкновенной волн и что такое поляризация волн?
3. в чем состоит “необыкновенность” необыкновенного луча?
4. в чем суть закона Малю?

Теория двулучепреломления

Прохождение света через анизотропное вещество (кристалл) связано с рядом своеобразных явлений. Еще в 1670 г. Эразм Бартоломинус наблюдал, что при прохождении через исландский шпат световой луч разбивается на два. Это явление получило название *двойного лучепреломления*.

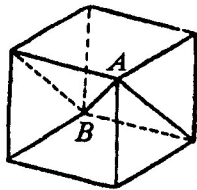


Рис. 3 Естественный кристалл исландского шпата; оптической осью является любая прямая, параллельная оси АВ.

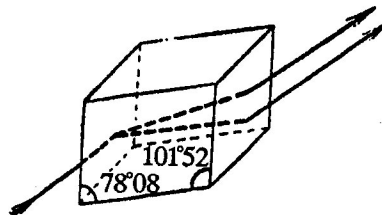


Рис. 4 Двойное лучепреломление в кристалле исландского шпата.

Кристалл исландского шпата легко раскалывается по определенным плоскостям, образуя ромбоэдр (рис. 3). Узкий пучок света, преломляясь в таком кристалле, дает два пучка, идущих по различным направлениям. По выходе из кристалла оба пучка имеют направления, параллельные первоначальному, и если пучки достаточно узки, а кристалл достаточно толст, то они пространственно разделены (рис. 4). При рассматривании через такой кристалл какого-либо объекта глазом, объект двоится.

Например, если на лист белой бумаги нанести черную точку и рассматривать ее через кристалл исландского шпата, то видны две точки.

Большинство других прозрачных кристаллов также в той или иной мере обнаруживают явление двойного лучепреломления.

Вырезав каким-либо образом из кристалла плоско-параллельную пластинку и исследуя направление обоих лучей, возникающих внутри пластинки при двойном лучепреломлении, можно убедиться, что для одного из них отношение синуса угла падения к синусу угла преломления $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ остается постоянным при изменении угла падения; этот луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной к поверхности пластинки в точке падения.

Таким образом, он удовлетворяет обычному закону преломления. Этот луч называется *обыкновенным лучом*. Второй луч называется *необыкновенным*. Для него отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на поверхность пластинки необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от первоначального направления (рис. 5).

В этом случае $\sin i_1 = 0$, а $\sin i_2 \neq 0$, и отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ оказывается равным нулю.

При обратном прохождении необыкновенного луча из кристалла в воздух отношение синуса угла падения к синусу угла преломления может оказаться равным бесконечности. Необыкновенный луч не лежит, как правило, в плоскости падения, т. е. в одной плоскости с падающим

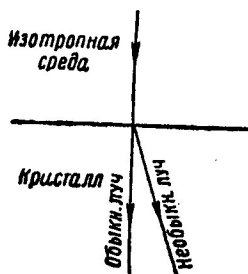


Рис. 5 Отклонение необыкновенного луча при нормальном падении света на преломляющую грань кристалла.

лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Оба луча, обыкновенный и необыкновенный, *полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях*. Меняя направление падающего луча, можно убедиться, что внутри кристалла существуют такие направления, вдоль которых луч распространяется, не разбиваясь на два. Для исландского шпата таким направлением является направление, параллельное диагонали AB , соединяющей тупые углы естественного ромбоэдра (рис. 3). Прямая, проведенная через любую точку кристалла в направлении, в котором не происходит двойного лучепреломления, называется *оптической осью*. Плоскость, содержащая оптическую ось и данный луч, называется *главным сечением* или *главной плоскостью кристалла*, соответствующей этому лучу. Через кристалл, очевидно, можно провести бесчисленное множество оптических осей и бесчисленное множество главных сечений. Линия пересечения любых двух главных сечений всегда является оптической осью, т. к. они должны содержать оптическую ось.

Электрический вектор обыкновенного луча поляризован, т. е. направлен перпендикулярно плоскости соответствующего ему главного сечения, а необыкновенный — перпендикулярно в плоскости.

До сих пор мы полагали, что на кристалл падает естественный свет, т. е. не имеющий выделенного направления колебания электрического вектора (неполяризованный свет). Преломленные же лучи — обыкновенный и необыкновенный — при этом оказывались плоско поляризованными и одинаковой яркости. Предположим теперь, что на кристалл падает свет, полностью поляризованный в какой-либо определенной плоскости. В этом случае, вообще говоря, возникнут тоже два луча, но различной яркости. Пусть AA' (рис. 6) — плоскость, в которой колеблется электрический вектор в падающей волне. Пусть OO' — плоскость главного сечения. Электрический вектор в обыкновенной волне колеблется в плоскости BB' , перпендикулярной OO' . Амплитуда обыкновенного луча a_0 при отсутствии потерь на отражение и поглощение равна проекции амплитуды падающего луча a на направление BB' :

$$a_0 = a \cos \alpha,$$

где α — угол между плоскостями колебаний в падающем луче и преломленном обыкновенном луче. Так как поток энергии пропорционален квадрату амплитуды, то для потока w_0 обыкновенного луча получим

$$w_0 = W_0 \cos^2 \alpha, \quad (1)$$

где W_0 — поток энергии в падающем луче.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в самой плоскости главного сечения OO' , поэтому амплитуда a_e необыкновенного луча равна

$$a_e = a \sin \alpha,$$

а следовательно, поток энергии w_e равен

$$w_e = W_0 \sin^2 \alpha. \quad (a)$$

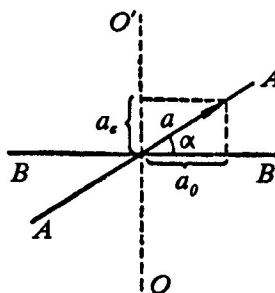


Рис. 6 Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах.

Формулы (1) и (a), определяющие потоки энергии в обыкновенном и необыкновенном лучах, возникающих из одного плоско поляризованного луча, носят название *формул Малю*.

Сумма потоков в обоих лучах равна потоку в падающем луче:

$$w_0 \cos^2 \alpha + w_e \sin^2 \alpha = W, \quad (2)$$

как это и следует из закона сохранения энергии.

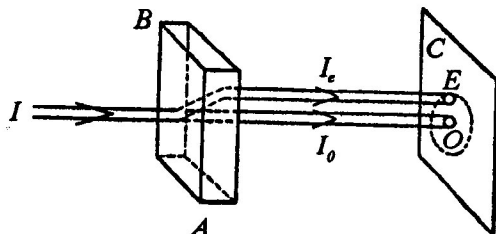


Рис. 7 Сравнение интенсивностей обыкновенного и необыкновенного лучей, возникающих из плоско поляризованного луча.

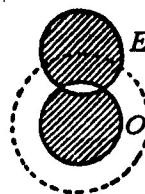


Рис. 8 Постоянство суммарной интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей.

Полученные нами соотношения легко иллюстрировать на опыте. Пусть плоско поляризованный узкий пучок света I падает нормально на грань AB кристалла, вырезанного в виде пластинки (рис. 7). Если оптическая ось кристалла не нормальна к грани AB то необыкновенный луч I_e отклонится в кристалле и выйдет из него параллельно

обыкновенному лучу I_0 . Оба луча дадут светлые кружки O и E на экране C . При поворачивании кристалла вокруг оси, совпадающей с направлением обыкновенного луча I_0 , кружок O на экране остается неподвижным, а кружок E перемещается вокруг него по кругу, наметенному на рис. 7.

При этом яркость обоих пучков меняется. Если установить кристалл таким образом, чтобы его главное сечение было перпендикулярно вектору плоскости поляризации падающего света ($\alpha = 0$), то луч I_0 достигнет максимальной яркости, а луч I_e полностью погаснет. При поворачивании кристалла появится необыкновенный луч I_e и достигнет максимальной яркости при $\alpha = \frac{\pi}{2}$; обыкновенный луч при этом будет отсутствовать. При $\alpha = \pi$ обыкновенный луч снова станет максимально ярким, а необыкновенный затухнет и т. д.

Так же легко проверить, что сумма яркостей обоих лучей остается неизменной. Для этого следует настолько расширить падающий пучок света, чтобы оба кружка O и E на экране C несколько перекрыли бы друг друга (рис. 8). Тогда при поворачивании кристалла яркость каждого из кружков меняется, но та область, где они перекрываются, остается все время одинаково яркой.

Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая и круговая поляризация

Лучи, обыкновенный и необыкновенный, возникающие при двойном лучепреломлении из *естественного света*, не когерентны. Если естественный луч разложить на два луча, поляризованных в двух различных плоскостях A и B , а затем с помощью поляризационного прибора привести колебания в них к одной плоскости, то они не интерферируют. Это объясняется тем, что в естественном свете колебания, происходящие в разных плоскостях, испущены различными атомами и молекулами, следовательно, друг с другом не связаны и не имеют постоянных разностей фаз (не когерентны).

Лучи же, обыкновенный и необыкновенный, возникающие из *одного и того же поляризованного луча*, когерентны. Если колебания в двух таких лучах привести с помощью поляризационного прибора к одной плоскости, то лучи будут интерферировать обычным образом. Если колебания в двух когерентных плоско поляризованных лучах происходят во взаимно перпендикулярных направлениях, то они складываются, как два взаимно перпендикулярных колебательных движе-

ния, и приводят к возникновению колебаний эллиптического характера.

Световые волны, электрический вектор в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс, называются *эллиптически поляризованными*. В частном случае эллипс может превратиться в круг и тогда мы имеем дело со светом, *поляризованным по кругу*.

Напомним, что *оптической осью* кристалла называется направление, при распространении вдоль которого не происходит *двулучепреломления*, т. е. разделения падающего луча на два.

Плоскость, проходящая через данный луч и оптическую ось, называется *главной плоскостью кристалла*, соответствующей этому лучу. Через кристалл, очевидно, можно провести бесчисленное множество главных плоскостей или сечений.

При двулучепреломлении один из лучей подчиняется закону преломления — это *обыкновенный луч*. Электрический вектор его направлен перпендикулярно соответствующей ему плоскости главного сечения.

Второй луч, не подчиняющийся закону преломления — *необыкновенный луч* — имеет электрический вектор (поляризацию), лежащий в плоскости главного сечения.

Рассмотрим случай возникновения эллиптической поляризации подробнее. Можно показать, что при нормальном падении пучка лучей на пластинку из кристалла, оптическая ось z в которого параллельна преломляющей поверхности, обыкновенный и необыкновенный лучи идут по одному направлению, но с разными скоростями. Пусть на такую пластинку падает плоско поляризованный луч с электрическим вектором \vec{E}_0 , плоскость поляризации которого составляет с плоскостью главного сечения

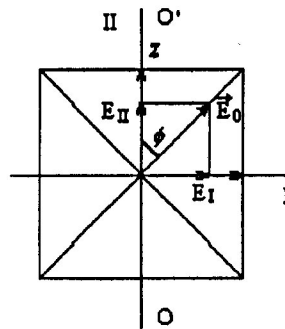


Рис. 9 OO' — плоскость главного сечения.

пластинки OO' угол ϕ . Тогда в пластинке возникнут оба луча, обыкновенный и необыкновенный (рис. 9), и они будут *когерентны*. В момент их возникновения в пластинке разность фаз между ними равна нулю, но она будет возрастать по мере проникновения лучей в пластинку. Подсчитаем эту разность фаз.

Каждый из лучей при прохождении сквозь пластинку толщиной

l отстанет по фазе на величину $2\pi l/\lambda$, где λ — длина волны данного луча в кристалле. Для обыкновенного луча длина волны $\lambda_0 = \frac{v_0}{\nu}$, где v_0 — скорость его распространения в кристалле, а ν — частота колебаний. Так как $v_0 = \frac{c}{n_0}$, где n_0 — коэффициент преломления обыкновенного луча, то $\lambda_0 = \frac{c}{n_0\nu}$. Так же получим для длины волны необыкновенного луча в кристалле выражение $\lambda_e = \frac{c}{n_e\nu}$, где n_e — коэффициент преломления необыкновенного луча. Отсюда разность фаз между обоими лучами равна

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda_0} - \frac{2\pi l}{\lambda_e} = \frac{2\pi l\nu}{c}(n_0 - n_e).$$

Так как c/ν — длина волны в пустоте λ , то

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_0 - n_e).$$

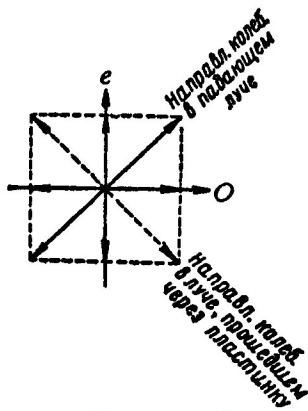


Рис. 10 Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с разностью фаз $k\beta$.

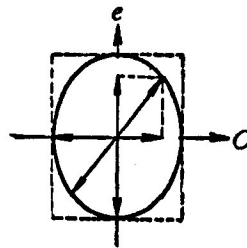


Рис. 11 Возникновение эллиптических колебаний.

Таким образом, разность фаз между обоими лучами тем больше, чем больше разность между коэффициентами преломления $n_0 - n_e$ и чем больше толщина кристалла l . Если толщину пластинки подобрать так, чтобы $\Delta = k\pi$, где k — целое число, то оба луча, выйдя из пластинки, снова дадут плоско поляризованный луч. При k четном его плоскость поляризации совпадает с плоскостью поляризации

луча, падающего на пластинку; при k нечетном плоскость поляризации вышедшего из пластинки луча окажется повернутой на $\pi/2$ по отношению к плоскости поляризации луча, падающего на пластинку (рис. 14). Можно показать, что при всех иных значениях разности фаз Δ колебания обоих лучей, вышедших из пластинки, складываясь, дадут эллиптическое колебание.

Если $\Delta = (2k+1)\frac{\pi}{2}$, то оси эллипса совпадут с направлениями колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах (рис. 11). Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах определяются углом, который составляет плоскость поляризации падающего на пластинку луча с плоскостью главного сечения пластинки OO' (рис. 9). Амплитуды обоих лучей будут равны друг другу, если плоскость поляризации падающего луча составит угол в 45° с плоскостью главного сечения пластинки. В этом случае эллипс превратится в круг и, следовательно, возникнет свет, поляризованный по кругу.

Наименьшая толщина пластинки, способной превратить плоскополяризованный луч в луч, поляризованный по кругу ($\Delta = \frac{\pi}{2}$), определится равенством (см. формулу ()):

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi l}{\lambda}(n_o - n_e),$$

откуда получаем:

$$l = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}.$$

Такая пластинка даст разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами $ln_o - ln_e$, равную $\lambda/4$, поэтому она сокращенно называется *пластинкой в четверть волны*. Очевидно, что пластинка толщиной в четверть волны даст разность хода между обоими лучами, равную $\lambda/4$, лишь для света данной длины волны λ . Для света других длин волн она даст разность хода, несколько отличную от $\lambda/4$.

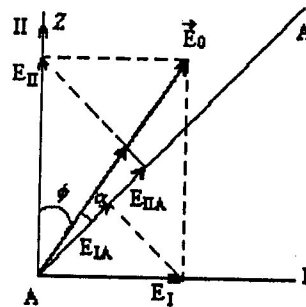


Рис. 12

Вернемся к рис. , на котором падающий луч перпендикулярен пластинке и плоскости листа. Направления I и II в пластинке называются *главными направлениями*. Очевидно, что при $\phi = 0^\circ$ или 90° в кристалле возбуждается либо только необыкновенная волна, либо только

обыкновенная волна, и свет остается линейно-поляризованным в той же плоскости при любой толщине пластины l .

Пропустим свет, вышедший из нее через анализатор, т. е. поляризационный прибор, имеющий такую ось AA , что пропускает составляющие обыкновенной (E_{IA}) и необыкновенной (E_{IIA}) волн вдоль направления AA (рис. 12).

Ограничимся анализом света, прошедшим пластинку $\lambda/4$, т. е. когда разность хода $\Delta = \pi/2$. Тогда нетрудно показать, что результирующая волна, образованная интерференцией когерентных волн с параллельными электрическими векторами E_{IA} и E_{IIA} имеет интенсивность

$$I = I_0[\sin^2 \phi \sin^2 (\alpha + \phi) + \cos^2 \phi \cos^2 (\alpha + \phi)]$$

$$\text{где } I_0 \propto E_0^2$$

Из () следует, что если $\phi = 0^\circ$ или 90° , т. е. если световой вектор \vec{E}_0 колеблется вдоль одного из главных направлений кристаллической пластины, то интенсивность света, прошедшего анализатор подчиняется закону:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

причем свет остается линейно поляризованным в той же плоскости. Если при этом $\alpha = 90^\circ$, т. е. анализатор скрещен с направлением колебаний электрического вектора \vec{E}_0 входной волны, то $I = 0$. Это является способом определения главных направлений кристаллической пластины.

Если $\phi = 45^\circ$, свет, как мы видели, поляризован по кругу, и из () $I = I_0/2$; т. е. интенсивность прошедшего света не зависит от угла анализатора α и будет оставаться постоянной при его вращении.

Если $\phi \neq 45^\circ$, т. е. если свет поляризован эллиптически, то в соответствии с () и рис. 12:

$$I \propto E_I^2 \sin^2 (\alpha + \phi) + E_{II}^2 \cos^2 (\alpha + \phi)$$

Вращая анализатор, т. е. изменяя α , оставляя постоянным ϕ (т. е. не трогая пластинку $\alpha/4$), получим изменение интенсивности от максимума до минимума, что соответствует углам α , когда направление пропускания анализатора совпадает с одной из полуосей эллипса ($\alpha + \phi = 0^\circ, 90^\circ$). Измеряя отношение интенсивностей света в максимуме и минимуме, можно найти *степень эллиптичности* поляризации

света γ :

$$\gamma \equiv \frac{E_I}{E_{II}} = \operatorname{tg} \phi = \begin{cases} (I_{\min}/I_{\max})^{1/2}, & \phi < 45^\circ \\ (I_{\max}/I_{\min})^{1/2}, & \phi > 45^\circ \end{cases}$$

Эксперимент

Лабораторная работа выполняется по оптической схеме, изображенной на рис. 5. Опыт проводится по двум направлениям: первый — в узком пучке He-Ne лазера, второй — в широком, в свете лампы накаливания.

В работе используется один из фотоприемников (как правило, селеновый), который вырабатывает ток, пропорциональный световому потоку, падающему на него. В свою очередь, ток измеряется микроамперметром, показания которого пропорциональны току, идущему через него. Таким образом, отсчеты микроамперметра пропорциональны световому потоку.

Следует особо отметить, что микроамперметр требует аккуратного обращения: при всяком его передвижении переключатель шунта должен быть установлен в положение “Арретир”, отсчет не должен выходить за градуированную шкалу, при окончании работы прибор снова устанавливается на “Арретир”. В рабочем режиме переключатель рода работ должен быть установлен на максимальную шкалу, до подачи на него тока с фотоприемника.

При работе с He-Ne лазером нельзя пытаться смотреть на прямой луч: это может привести к повреждению зрения.

Включение лазера и микроамперметра производится лаборантом или преподавателем!

Часть I.

Двулучепреломление и закон Малю

Порядок выполнения работы

1) В узком лазерном пучке, который имеет вертикальную поляризацию и, значит, электрический световой вектор колеблется вертикально — убедиться в двулучепреломлении кристалла, поворачивая его вокруг светового пучка. Принимая во внимание, что плоскопараллельные грани кристалла перпендикулярны падающему лучу, идентифицировать (определить) обыкновенный и необыкновенный лучи. Для максимально яркого обыкновенного луча зафиксировать отсчет x

по угловому лимбу; точным показателем служит полное исчезновение второго, т. е. необыкновенного луча. Этот отсчет будет соответствовать нулевому углу α (см. рис. 6).

2) Измерить зависимость потоков обыкновенного w_0 и необыкновенного w_e лучей от угла поворота кристалла α вокруг оси падающего луча с шагом 10° . При измерении шкала наружного шунта подбирается так, чтобы отсчет по микроамперметру не выходил за пределы шкалы, но в то же время был бы максимален. Для каждого угла поворота измерения проводятся трижды: перекрывая лучи поочередно и перекрывая оба луча для измерения потока рассеянного фона w_ϕ ; это делается специальной блендой в виде лопатки.

Измерения заносятся в таблицу:

x деления	α град.	w_0 мкА	w_e мкА	w_ϕ мкА	$w_0 - w_\phi$ мкА	$w_e - w_\phi$ мкА	$w_0 + w_e - 2w_\phi$ мкА
	0°						
	10°						
	...						
	180°						

Здесь: x — отсчет по угловому лимбу кристалла в делениях; α — соответствующий этому отсчету угол между электрическим вектором в падающем луче и обыкновенном; w_0 — поток энергии обыкновенного луча вместе с рассеянным светом в микроамперах; w_e — то же для необыкновенного луча; w_ϕ — поток энергии рассеянного фона.

3) Нанести на один и тот же график зависимости $w_0 - w_\phi$, $w_e - w_\phi$, $w_0 + w_e - 2w_\phi$ как функции от α . Зависимость $(w_0 + w_e - 2w_\phi) = f(\alpha)$ строится по вычисленным значениям $w_0 - w_\phi$, $w_e - w_\phi$ в 6-ом и 7-ом столбце таблицы.

4) Сравнить экспериментальную кривую $(w_0 - w_\phi) = f(\alpha)$ с теоретической $w_0 = J_0 \cos^2 \alpha$ и оценить точность совпадения по 5-ти точкам:

$$\Delta w_0 = \frac{\Delta w_0^{(1)} + \dots + \Delta w_0^{(5)}}{5}$$

где $\Delta w_0^{(i)}$ — несовпадение экспериментальных значений потока с теорией для 5-ти углов α , перекрывающих $0^\circ \div 180^\circ$.

5) То же проделать с $w_e - w_\phi$ и $(w_0 + w_e - 2w_\phi)$.

6) Свидетельствуют ли эти сравнения эксперимента с теорией в пользу справедливости закона Малю?

Часть II.

Анализ линейно поляризованного света.

Эта работа проводится в широком световом пучке лампы накаливания на другой установке, схема которой приведена ниже:

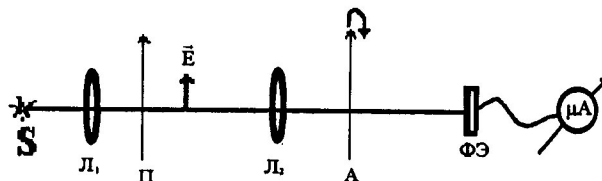


Рис. 13 Здесь S — источник света, лампа накаливания; L_1 — конденсатор (собирающая линза); P — поляроид; L_2 — фокусирующая линза; A — анализатор поляроидный; $ФЭ$ — фотоэлемент; μA — микроамперметр.

Свет от источника света собирается и фокусируется линзами L_1 и L_2 на фотоприемник (фотоэлемент $ФЭ$). Поляроид P выделяет вертикальную поляризацию естественного света, т. е. электрический световой вектор \vec{E} вертикален. Анализирующий поляроид A установленный на градуированном лимбе с ценой деления 1° можно вращать вокруг оси и тем самым изменять интенсивность падающего на фотоэлемент света. Под действием света в фотоэлементе возникает электрический ток, сила которого пропорциональна интенсивности падающего света. Ток измеряется микроамперметром класса точности 1.0 (т. е. прибор дает относительную ошибку 1%). Показания зайчика микроамперметра пропорциональны току и, таким образом, световому потоку.

Как известно, поляроид — это тонкая дихроичная кристаллическая пленка, которая полностью поглощает один из лучей, возникающий при двулучепреломлении. Поэтому она работает подобно объемному кристаллу, а один из лучей не виден. При этом пропускание поляроида определяется углом поворота вокруг оптической оси: оно максимально, когда вектор поляризации падающей волны перпендикулярен плоскости поляризации того из двух лучей двулучепреломления, который не испытывает поглощения. Таким образом, поляроид имеет ось пропускания, а прошедший через него свет подчиняется закону Малю (см. формулы () и ()). Этим свойством пользуются для анализа плоско (линейно) поляризованного света: если ось поляроида (100% пропускания) скрещена под углом 90° по отношению к вектору поляризации падающего луча, то луч гасится, и, тем самым, находится его плоскость поляризации.

Порядок работы

Включение лампы и микроамперметра производится лаборантом или преподавателем. Ось поляроида П устанавливается преподавателем.

1) Измерить зависимость интенсивности J прошедшего через анализатор света от угла поворота анализатора α в пределах 360° с шагом 10° . Более точно пройти области максимумов интенсивности.

2) Построить график $J = f(\alpha)$ и определить углы максимумов интенсивности и, таким образом, плоскость поляризации падающего луча в делениях лимба анализатора.

3) Сравнить экспериментальную кривую $J = f(\alpha)$ с функцией $J = J_0 \cos^2 \alpha$, где для $\alpha = 0$ принято положение углового лимба максимума интенсивности J .

4) Оценить точность этого совпадения по 10-ти точкам:

$$\delta J_s = \frac{1}{10} \sum_i^{10} \delta J^{(i)}$$

где $\delta J^{(i)}$ — несовпадение экспериментальных значений интенсивности с теоретической функцией $J = J_0 \cos^2 \alpha$ для 10-ти углов α , перекрывающих $0^\circ \div 360^\circ$. Можно ли сделать вывод о справедливости закона Малю на основании этих расчетов?

5) Оценить погрешность $\Delta \alpha$ положения плоскости поляризации падающего на анализатор луча с помощью полученного графика. Для этого ошибку прибора (1 дел) складывают с ошибкой эксперимента, вычисленной по формуле п. 4 и наносят это значение ΔJ в виде отрезка на график в максимуме (рис. 14). Соответствующее значение $\Delta \alpha$ находится из графика.

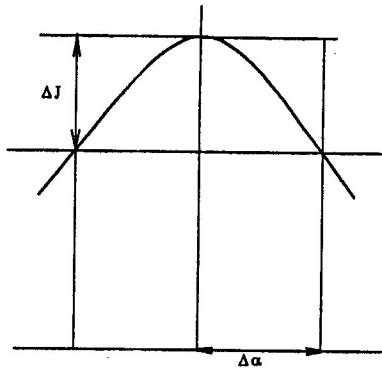


Рис. 14

Лабораторная работа П-2 Изучение круговой и эллиптической поляризации

Целью работы является получение циркулярно и эллиптически поляризованного света из линейно поляризованного с помощью пластинки в четверть длины волны и его анализ. Перед работой необходимо почистить теорию циркулярной и эллиптической поляризации в настоящем пособии.

При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

1. какой свет называется естественным?
2. какой свет называется поляризованным?
3. что такое циркулярно и эллиптически поляризованный свет?
4. как можно исследовать линейно поляризованный свет?
5. как получается циркулярно или эллиптически поляризованный свет с помощью пластинки в четверть длины волны?

Эксперимент

Лабораторная работа проводится на установке, схема которой приведена на рисунке 15.

Пластинка $\lambda/4$ изготовлена из кристаллического кварца и помещена во вращающуюся металлическую оправу с нанесенными градусными делениями (цена деления $2^{\circ}30'$). Анализатором A служит поляридная пленка в аналогичной оправе. Привязка по направлению колебаний электрического вектора идет по вертикально поляризованному лазерному лучу (электрический вектор вертикален).

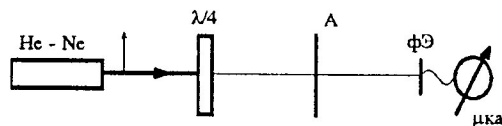


Рис. 15

Измерения проводятся селеновым фотоэлементом (ФЭ), который вырабатывает ток, пропорциональный световому потоку, падающему на него. В свою очередь, ток измеряется микроамперметром, ($\mu\text{ка}$),

показания которого пропорциональны току, идущему через него. Таким образом, отсчеты микроамперметра пропорциональны световому потоку.

Следует особо отметить, что микроамперметр требует аккуратного обращения: при всяком его передвижении переключатель рода работ должен быть установлен в положение "Арретир" ("Фиксатор"), отсчет не должен выходить за градуированную шкалу, при окончании работы прибор снова устанавливается на "Арретир". В рабочем режиме переключатель рода работ должен быть установлен на максимальную шкалу, до подачи на него тока с фотоприемника.

При работе с He-Ne лазером нельзя пытаться смотреть на прямой луч: это может привести к повреждению зрения.

Порядок выполнения работы.

1. Определение главных направлений кристаллической пластинки.

Включается лазер и измеритель тока; это делает преподаватель или лаборант. При снятой пластинке $\lambda/4$ анализатор поворачивается в оправе вокруг оптической оси до полного погашения прошедшего света; фиксируется отсчет по лимбу анализатора; это соответствует углу поворота анализатора $\alpha = \pi/2$ (рис. 12). Затем, устанавливая на место и поворачивая пластинку $\lambda/4$ как можно более точно, находят 4 положения пластинки, при которых интенсивность света, регистрируемого фотоприемником, минимальна. Найденные и зафиксированные значения углов на лимбе пластинки ϕ соответствуют двум главным взаимно-перпендикулярным направлениям пластинки I и II. Заносят полученные значения в протокол.

2. Получение и исследование циркулярно поляризованного света.

Поворачивая оправу пластинки $\lambda/4$ вокруг оси, устанавливают на лимбе отсчет, соответствующий биссектрисе угла между главными направлениями, $\phi = \pi/4$.

Последовательно поворачивая анализатор А на 10° , т. е. изменяя угол α измеряют интенсивность прошедшего света на протяжении полного оборота анализатора вокруг его оси. Полученные значения заносятся в 3-ий столбец таблицы:

Отсчет на оправе анализатора	α°	Циркулярная поляризация $\phi = \pi/4$	Эллиптическая поляризация $\phi =$
	0		
	10		
	20		
	\vdots		

3. Получение и исследование эллиптически поляризованного света.

Изменяют найденную для циркулярной поляризации ориентацию пластинки на угол, указанный преподавателем. Для выбранной ориентации пластинки проводят измерения, подобные п. 2, и результаты заносят в 4-ый столбец таблицы.

4. В полярных координатах строят графики интенсивности $J = f(\alpha)$ для циркулярно и эллиптически поляризованных пучков, и здесь же указывают расположение главных направлений пластинки. Убедиться, что полуоси эллипса совпадают с главными направлениями кристаллической пластинки. Для эллиптической поляризации находят степень поляризации согласно формуле для степени эллиптичности поляризации света γ :

$$\gamma = \frac{E_1}{E_2} = \begin{cases} (I_{min}/I_{max})^{1/2}, & \phi < 45^\circ \\ (I_{max}/I_{min})^{1/2}, & \phi > 45^\circ \end{cases}$$

5. В отчете провести полную погрешность эксперимента: угла и интенсивности.

Лабораторная работа П-3
Вращение плоскости поляризации в оптически активных средах.

Целью работы является исследование оптической активности на примере сахарного раствора и кристаллического кварца.

§64.2
Перед работой необходимо изучить §§ 1, 2 книги "Волны" М. Н. Дмитриева; §§ 64.7, 64.8 в книге "Основы физики", т. 2 Б. М. Яворского, А. А. Пинского, М. 1974 г. При подготовке надо суметь ответить на следующие вопросы:

- в чем состоит явление вращения плоскости поляризации ?
- привести примеры активных оптических сред.
- что такое "постоянная вращения"?
- как можно измерить угол поворота плоскости поляризации с помощью двух поляризаторов?

Эксперимент.

Работа выполняется на поляриметре, описание которого находится в оптической лаборатории. Порядок выполнения.

1. Познакомиться с устройством поляриметра.
2. Включить питание лампы.
3. Познакомиться с отсчетным устройством.
4. В отсутствие исследуемого вещества наблюдать две линии раздела поля зрения в окуляр зрительной трубы; добиться резкого изображения линий раздела.
5. Вращая анализатор с помощью фрикциона, добиться равенства освещенностей трех частей поля зрения; занести в таблицу измерений отсчет ψ_0 - это нулевой угол. Повторить измерения 5 раз.
6. Поместить в камеру поляриметра кювету с раствором сахара, закрыть ее крышкой и повторить измерение согласно п. 5; занести в таблицу измерений отсчет ψ . Повторить 5 раз.
7. Повторить то же для кювет с другими длинами l , которые должны быть измерены самостоятельно. Толщину оптических окон взять по 1,5 мм.
8. Прodelать измерения согласно п. 5 с кварцевой пластинкой: повторить 5 раз.
9. По указанию преподавателя измерить углы для нескольких концентраций раствора сахара C при выбранной длине кюветы.

Обработка результатов измерений.

1. Вычисляются средние значения ψ_0, ψ для каждой длины кюветы. Определить направление вращения плоскости поляризации и занести в отчет.
2. Построить график зависимости $|\psi_0 - \psi| = f(l)$. Согласно теории он должен иметь вид прямой. Если экспериментальные данные соответствуют этому, то из полученной прямой следует вычислить концентрацию C раствора сахара. Для этого надо воспользоваться методом парных точек, который состоит в следующем.

Пусть у нас имеются 6 точек на графике $y = f(x)$, которая является приблизительно прямой. Возьмем пары точек 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6 и найдем для каждой пары значение тангенса угла наклона прямой:

$$\beta_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\beta_2 = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

.....

$$\beta_5 = \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1}$$

В качестве наилучшего значения β выберем среднеарифметическое и найдем среднеквадратичное отклонение

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_1 + \dots + \beta_5}{5}$$

$$\overline{\Delta\beta} = \left[\frac{\sum_{i=1}^5 (\Delta\beta_i)^2}{5-1} \right]^{1/2}, \quad \Delta\beta_i = |\bar{\beta} - \beta_i|$$

3. Находят концентрацию сахарного раствора, исходя из формулы

$$c = \frac{\psi - \psi_0}{l} \frac{1}{\alpha} \quad [\text{г/см}^3]$$

и учитывая, что постоянная вращения сахарного раствора $\alpha = 6.65 \text{ град. см}^2/\text{г}$: $c = \bar{\beta}/\alpha$.

4. Вычисляют относительную и абсолютную погрешности измерений концентраций:

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta \beta}{\beta} + \frac{\Delta \alpha^{1)}}{\alpha}$$

5. Определить направление вращения плоскости поляризации и рассчитать постоянную вращения кварца по формуле:

$$\alpha = \frac{|\psi - \psi_0|}{l} \quad [\text{град/мм}]$$

где l — толщина кварцевой пластины, равная 1.4 мм

6. Найти относительную и абсолютную погрешность для постоянной вращения кварца.

¹⁾ Абсолютная погрешность $\Delta \alpha$ определяется половиной низшего разряда численного значения.

Оформление лабораторных работ

При работе над отчетом по лабораторной работе следует придерживаться схемы, предложенной в описании, пункт за пунктом.

Отчет должен начинаться названием работы и целью. Здесь же написать число, фамилию, имя, класс.

Далее приводится оптическая схема с подробным описанием элементов и рабочая формула с описанием обозначений; отметить, что измеряется в процессе эксперимента, а что задано. Привести формулу для вычисления относительной погрешности.

Если в работе предложена таблица оформления результатов эксперимента, то надо ее придерживаться. Измерения промежуточных параметров проводятся не менее трех раз и вычисляется среднее арифметическое, которое затем используется в рабочей формуле.

Все вычисления — по промежуточным формулам, среднее арифметическое, по рабочей формуле — делать развернуто, со всеми выкладками. Нельзя сразу приводить конечный результат без промежуточных выкладок.

Все величины должны иметь физическую размерность, а углы обозначены либо в радианах, либо в минутах и т. д. Вычисления надо вести в единой системе измерений, например, измерения длин вести либо только в миллиметрах, либо в микронах и т. д. Окончательный результат представить в удобной размерности (чтобы не измерять длины волн в километрах), абсолютная погрешность некой физической величины дается в тех же единицах измерения, что и сама величина.

Лучше всего расчеты делать на черновике, грамотно обработать, а потом уже то, что необходимо, занести в чистовой отчет.

Необходимые графики следует представлять в удобном для анализа масштабе, лучше всего на миллиметровке.

Иногда для четкости важно писать пояснения к обработке результатов и вычислениям: тогда лучше написать.

Обработка результатов эксперимента и вычислений

В данном цикле работ обработка результатов экспериментальных измерений проводится по формуле относительной погрешности:

$$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \sum_i^{i=n} \frac{\Delta x_i}{\bar{x}_i},$$

т. е. относительная погрешность окончательного результата складывается из всех относительных ошибок физических величин, входящих в рабочую формулу. Эта формула справедлива для рабочих формул, состоящих из суммирования, вычитания, умножения и деления. Как и в более сложных случаях, она легко может быть получена с помощью дифференциального анализа или формул в конечных разностях.

Обычный ход вычислений следующий. Сначала измеряются параметры, входящие в рабочую формулу; измерения проводятся не менее трех раз. Вычисляются средние арифметические, кроме тех случаев, которые особо оговорены. Затем по рабочей формуле, используя полученные средние \bar{x}_i , вычисляется среднее значение искомой величины \bar{y} .

Ошибки измерений Δx_i складываются из цены деления используемого прибора — линейки, микрометра, микроамперметра и т. д. — плюс средняя ошибка случайного разброса в 3-х-5-ти измерениях.

Во многих работах для уменьшения относительных ошибок измерений $\Delta x_i/\bar{x}_i$ измеряется не сама x_i , а кратная ей; тогда в формуле для относительной погрешности следует использовать величину $\Delta x_i/N\bar{x}_i$, где N — используемая кратность. Например, измеряется не расстояние между соседними интерференционными полосами, а расстояние между 1-й темной полосой и 5-й; затем это расстояние делится на 4. Поскольку величина ошибки измерений фиксирована и не зависит от абсолютной величины, которую измеряют, то в данном случае относительная ошибка уменьшается в 4 раза.

В общем случае, при измерениях надо стремиться измерить максимально возможное значение, которое позволяет аппаратура: чувствительность прибора устанавливается такую, чтобы показания не выходили за максимум делений шкалы.

Вычисления по рабочей формуле можно начинать лишь после того, как вычислены все Δx_i ; при этом оставляется только один значащий символ. Например, измерения рулеткой дали ошибку измерения длины $\Delta L = 0,5$ (мм) + 3,3 (мм) (цена деления плюс случайная ошибка по трем измерениям, среднее арифметическое). Таким образом,

$$\Delta L = 0,5 + 3,3 = 3,8 \approx 4 \text{ мм,}$$

а среднее арифметическое \bar{L} , например 78,3 мм, тогда, конечно, берется равным 78 мм. Именно это значение, в таком приближении, используется при подстановке в рабочую формулу. Далее, полученное значение \bar{y} используется со всеми возможными знаками, чтобы по формуле относительной ошибки вычислить Δy . Последняя, в свою очередь,

округляется до одного значащего символа, а в \bar{y} надо будет оставить только этот знак и выше идущие разряды. Например, при расчете было получено $\Delta y = 0,0013$ радиан $\approx 0,001$ рд, а $\bar{y} = 0,06259 \dots$ рд; поэтому берем $\bar{y} \approx 0,063$ рд.

Окончательный результат, как правило, представляется в виде:

$$y = \bar{y} \pm \Delta y = 0,063 \pm 0,001(\text{рд})$$

Отметим, что единицы измерения \bar{y} и Δy одинаковы.

Таблица II

Коэффициенты Стьюдента $t_{\alpha n}$

n	α												
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
2	0.16	0.33	0.51	0.73	1.00	1.38	2.0	3.1	6.3	12.7	31.8	63.7	636.6
3	.14	.29	.45	.62	0.82	1.06	1.3	1.9	2.9	4.3	7.0	9.9	31.6
4	.14	.28	.42	.58	.77	0.98	1.3	1.6	2.4	3.2	4.5	5.8	12.9
5	.13	.27	.41	.57	.74	.94	1.2	1.5	2.1	2.8	3.7	4.6	8.6
6	.13	.27	.41	.56	.73	.92	1.2	1.5	2.0	2.6	3.4	4.0	6.9
7	.13	.27	.40	.55	.72	.90	1.1	1.4	1.9	2.4	3.1	3.7	6.0
8	.13	.26	.40	.55	.71	.90	1.1	1.4	1.9	2.4	3.0	3.5	5.4
9	.13	.26	.40	.54	.71	.90	1.1	1.4	1.9	2.3	2.9	3.4	5.0
10	.13	.26	.40	.54	.70	.88	1.1	1.4	1.8	2.3	2.8	3.3	4.8
11	.13	.26	.40	.54	.70	.88	1.1	1.4	1.8	2.2	2.8	3.2	4.6
12	.13	.26	.40	.54	.70	.87	1.1	1.4	1.8	2.2	2.7	3.1	4.5
13	.13	.26	.40	.54	.70	.87	1.1	1.4	1.8	2.2	2.7	3.1	4.3
14	.13	.26	.39	.54	.69	.87	1.1	1.4	1.8	2.2	2.7	3.0	4.2
15	.13	.26	.39	.54	.69	.87	1.1	1.3	1.8	2.1	2.6	3.0	4.1
16	.13	.26	.39	.54	.69	.87	1.1	1.3	1.8	2.1	2.6	2.9	4.0
17	.13	.26	.39	.54	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.6	2.9	4.0

Таблица II (продолжение)

n	α												
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
18	0.13	0.26	0.39	0.53	0.69	0.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.6	2.9	4.0
19	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.6	2.9	3.9
20	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.9	3.9
21	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.8
22	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.8
23	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.8
24	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.8
25	.13	.26	.39	.53	.69	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.7
26	.13	.26	.39	.53	.68	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.7
27	.13	.26	.39	.53	.68	.86	1.1	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8	3.7
28	.13	.26	.39	.53	.68	.86	1.1	1.3	1.7	2.0	2.5	2.8	3.7
29	.13	.26	.39	.53	.68	.86	1.1	1.3	1.7	2.0	2.5	2.8	3.7
30	.13	.26	.39	.53	.68	.85	1.1	1.3	1.7	2.0	2.5	2.8	3.7
40	.13	.26	.39	.53	.68	.85	1.1	1.3	1.7	2.0	2.4	2.7	3.6
60	.13	.25	.39	.53	.68	.85	1.0	1.3	1.7	2.0	2.4	2.7	3.5
120	.13	.25	.39	.53	.68	.85	1.0	1.3	1.7	2.0	2.4	2.6	3.4
∞	.13	.25	.39	.52	.67	.84	1.0	1.3	1.6	2.0	2.3	2.6	3.3